

固気混相流体の数値計算

佐波瑞恵， 齊藤務

室蘭工業大学 機械システム工学科

火山シミュレーション研究集会

東京大学地震研究所 2007.11.29(Thu.)

目次

- 目的
- モデル
- 計算方法
- テスト計算結果
- まとめ





目的

- 固気混相流体数値計算コードを開発，爆発的火山噴火に適用する。

固気混相流体＝固体粒子＋２種混合気体
空間３次元＋時間 大規模計算



数値計算による噴出，流動，
固体粒子の堆積研究



火山碎屑物，火山ガス

- 固体粒子＝火山碎屑物
- 噴出気体＝火山ガス
- 周囲気体＝大気



固体粒子—気体の捉え方

- 固体粒子の運動が主体
気体は抵抗力として表現され、
気体そのものの運動は記述しない
- 固体粒子と噴出気体の運動は平衡状態
固体粒子＋気体＝高密度流体
- 固体粒子と気体の双方の運動と
それらの相互作用を考慮する



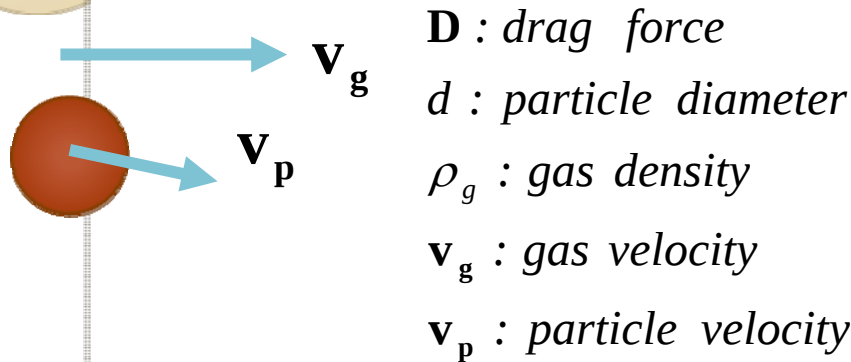
モデル～固体粒子

- 球状
 - 実際の火砕物は球ではない。形状を考慮する場合には、抵抗係数に反映させる。
- 均質
 - 実際の火砕物には空隙があるが、ないもとする。
- 不活性
 - 化学反応せず、粒子自身は推進力をもたない。
- 連続体
- 粒子の占める総体積は、気体に比べて非常に小さく、無視する。
- 粒子同士は衝突しない。
- 粒子の運動は気体の圧力に影響しない。
 - 粒子の熱運動は無視する。

固体粒子⇔気体

力
$$\mathbf{D} = \frac{1}{8} \pi d^2 \rho_g (\mathbf{v}_g - \mathbf{v}_p) |\mathbf{v}_g - \mathbf{v}_p| C_d$$

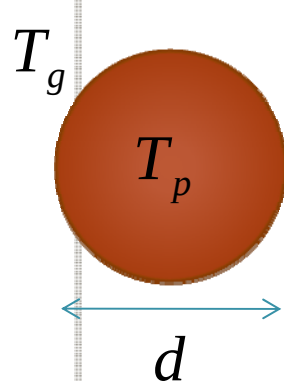
$$\mathbf{I} = \frac{\rho_p}{m} \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{D} \\ Q + \mathbf{v}_g \cdot \mathbf{D} \end{pmatrix}$$



C_d : drag coefficient $C_d = C_d(Re)$

Re : Reynolds number $Re = \frac{\rho_g d |\mathbf{v}_g - \mathbf{v}_p|}{\mu}$

熱伝導
$$Q = \frac{\pi d \mu C_p}{Pr} (T_g - T_p) Nu$$



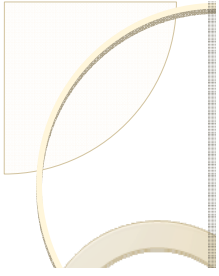
Q : heat transfer per single particle

μ : viscosity coefficient Nu : Nusselt number $Nu = Nu(Pr, Re)$

T_g : temperature of gas Pr : Prandtl number

T_p : temperature of particle

C_p : specific heat of the gas at constant pressure



気体

$$\nabla_t \mathbf{U}_g + \nabla \cdot \mathbf{F}_g = \mathbf{G}_g - \mathbf{I}$$

$$\mathbf{U}_g = \begin{pmatrix} \rho_g \\ \rho_g u_g \\ \rho_g v_g \\ \rho_g w_g \\ E \end{pmatrix}, \mathbf{F}_g = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{gx} \\ \mathbf{F}_{gy} \\ \mathbf{F}_{gz} \end{pmatrix}, \mathbf{F}_{gx} = \begin{pmatrix} \rho_g u_g \\ \rho_g u_g^2 + p \\ \rho_g u_g v_g \\ \rho_g u_g w_g \\ (E + p)u_g \end{pmatrix}, \mathbf{F}_{gy} = \begin{pmatrix} \rho_g v_g \\ \rho_g u_g v_g \\ \rho_g v_g^2 + p \\ \rho_g v_g w_g \\ (E + p)v_g \end{pmatrix}, \mathbf{F}_{gz} = \begin{pmatrix} \rho_g w_g \\ \rho_g u_g w_g \\ \rho_g v_g w_g \\ \rho_g w_g^2 + p \\ (E + p)w_g \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{G}_g = -(\rho_g - \rho_{g_out}) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ g \\ w_g g \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \rho_g : \text{gas density} \\ \mathbf{v}_g : \text{gas velocity} \quad \mathbf{v}_g = (u_g, v_g, w_g) \\ p : \text{pressure} \\ E_g : \text{total gas energy per unit volume} \quad E_g = \rho_g \left\{ C_v T_g + \frac{1}{2} \mathbf{v}_g \cdot \mathbf{v}_g \right\} \end{array}$$

$$\mathbf{I} = \frac{\rho_p}{m} \begin{pmatrix} 0 \\ D_x \\ D_y \\ D_z \\ Q + \mathbf{v} \cdot \mathbf{D} \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} T_g : \text{temperature of gas} \\ C_v : \text{specific heat of gas at constant volume} \\ \rho_p : \text{mass concentration of particles} \\ m : \text{mass of single particle} \quad \mathbf{D} : \text{drag force} \quad \mathbf{D} = (D_x, D_y, D_z) \\ g : \text{gravity acccceralation} \quad Q : \text{heat transfer per sin gle particle} \end{array}$$

固体粒子

$$\nabla_t \mathbf{U}_p + \nabla \cdot \mathbb{F}_p = \mathbf{G}_p + \mathbf{I}$$

$$\mathbf{U}_p = \begin{pmatrix} \rho_p \\ \rho_p u_p \\ \rho_p v_p \\ \rho_p w_p \\ E_p \end{pmatrix}, \mathbb{F}_p = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{px} \\ \mathbf{F}_{py} \\ \mathbf{F}_{pz} \end{pmatrix}, \mathbf{F}_{px} = \begin{pmatrix} \rho_p u_p \\ \rho_p u_p^2 \\ \rho_p u_p v_p \\ \rho_p u_p w_p \\ E_p u_p \end{pmatrix}, \mathbf{F}_{py} = \begin{pmatrix} \rho_p v_p \\ \rho_p u_p v_p \\ \rho_p v_p^2 \\ \rho_p v_p w_p \\ E_p v_p \end{pmatrix}, \mathbf{F}_{pz} = \begin{pmatrix} \rho_p w_p \\ \rho_p u_p w_p \\ \rho_p v_p w_p \\ \rho_p w_p^2 \\ E_p w_p \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{G}_p = -\rho_p \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ g \\ w_p g \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{I} = \frac{\rho_p}{m} \begin{pmatrix} 0 \\ D_x \\ D_y \\ D_z \\ Q + \mathbf{v} \cdot \mathbf{D} \end{pmatrix}$$

ρ_p : mass concentration of particles

$\mathbf{v}_p$: velocity of particles $\mathbf{v}_p = (u_p, v_p, w_p)$

E_p : total energy per unit volume $E_p = \rho_p \left\{ C_m T_p + \frac{1}{2} \mathbf{v}_p \cdot \mathbf{v}_p \right\}$

T_p : temperature of particles

C_m : specific heat of particle materials

m : mass of single particle

g : gravity acccceralation

$\mathbf{D}$: drag force $\mathbf{D} = (D_x, D_y, D_z)$

Q : heat transfer per single particle



規格化

$$u_{\text{ref}} = \frac{a_{f,\text{ref}}}{\sqrt{\gamma}} = \sqrt{\frac{p_{\text{ref}}}{\rho_{\text{ref}}}}$$

$$l = \frac{8m}{\pi \rho_{\text{ref}} d^2} = \frac{4}{3} \frac{\rho_p}{\rho_{\text{ref}}} d$$

$$\tau = \frac{l}{u_{\text{ref}}}$$

$a_{f,\text{ref}}$: frozen sound speed of ambient air

γ : specific heat ratio

p_{ref} : pressure of reference state

ρ_{ref} : density of reference state

m : mass of single particle

d : diameter of particle

数値解法

3. dt の決定

- CFL条件

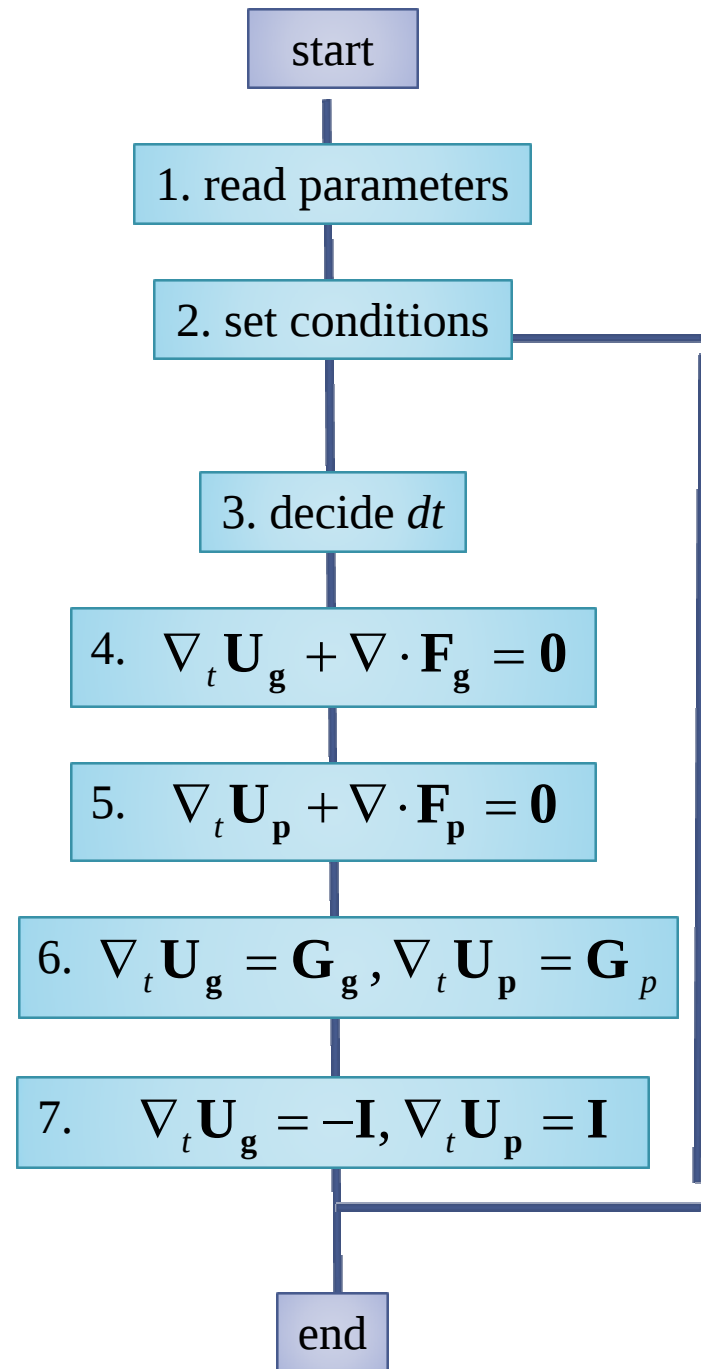
固体粒子 $dt_p = dx/v_{pmax}$

気体 $dt_g = dx/(v_{gmax} + c)$

$$dt = cfl * \min(dt_p, dt_g)$$

$$cfl = 0.1$$

- $1 \leq n \leq 100 \quad dt_n = dt/(101-n)$
- $dt_{n+1} \leq 1.2 * dt_n$



数値解法

衝撃波面においても
保存則が成立し，かつ，
安定解が求められる工夫

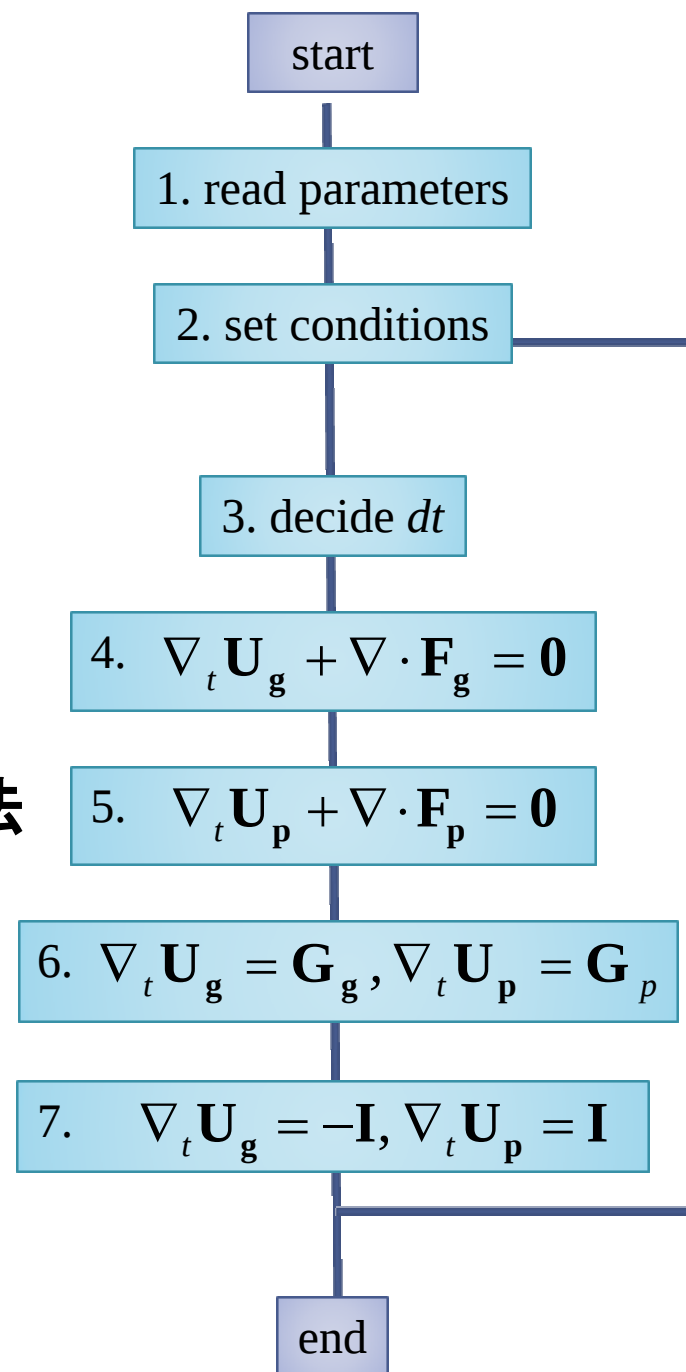
4. 高次精度Godunov型WAF法
数値流束

HLLC近似Riemann解法

5. Miura et al.(1987)

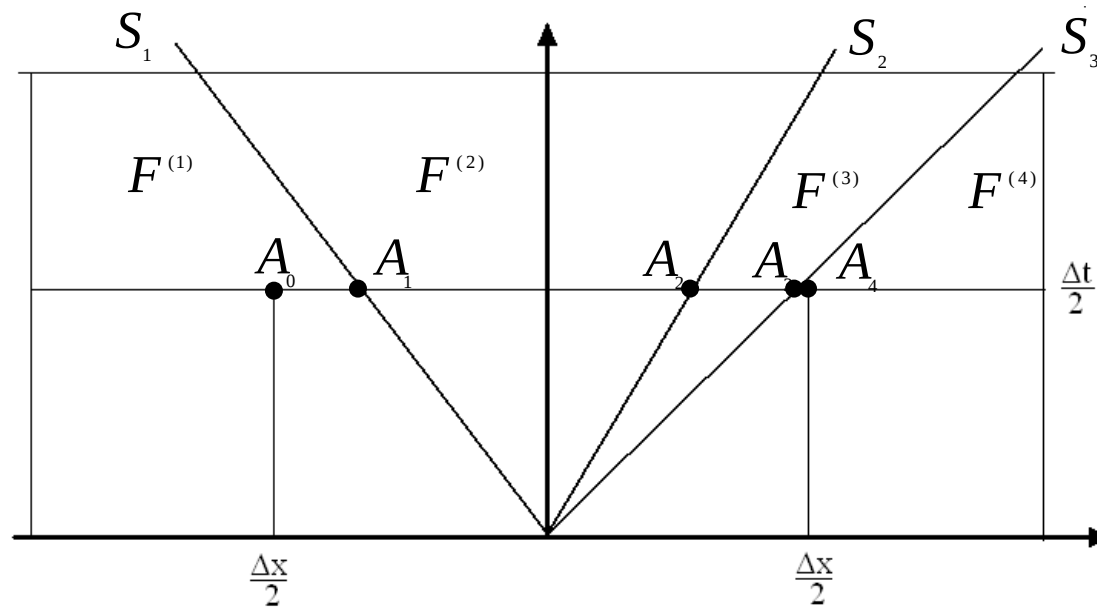
7. 四次Runge-Kutta法

一次元Riemann問題を
xyz方向で解き，動作確認



Weighted Average Flux method

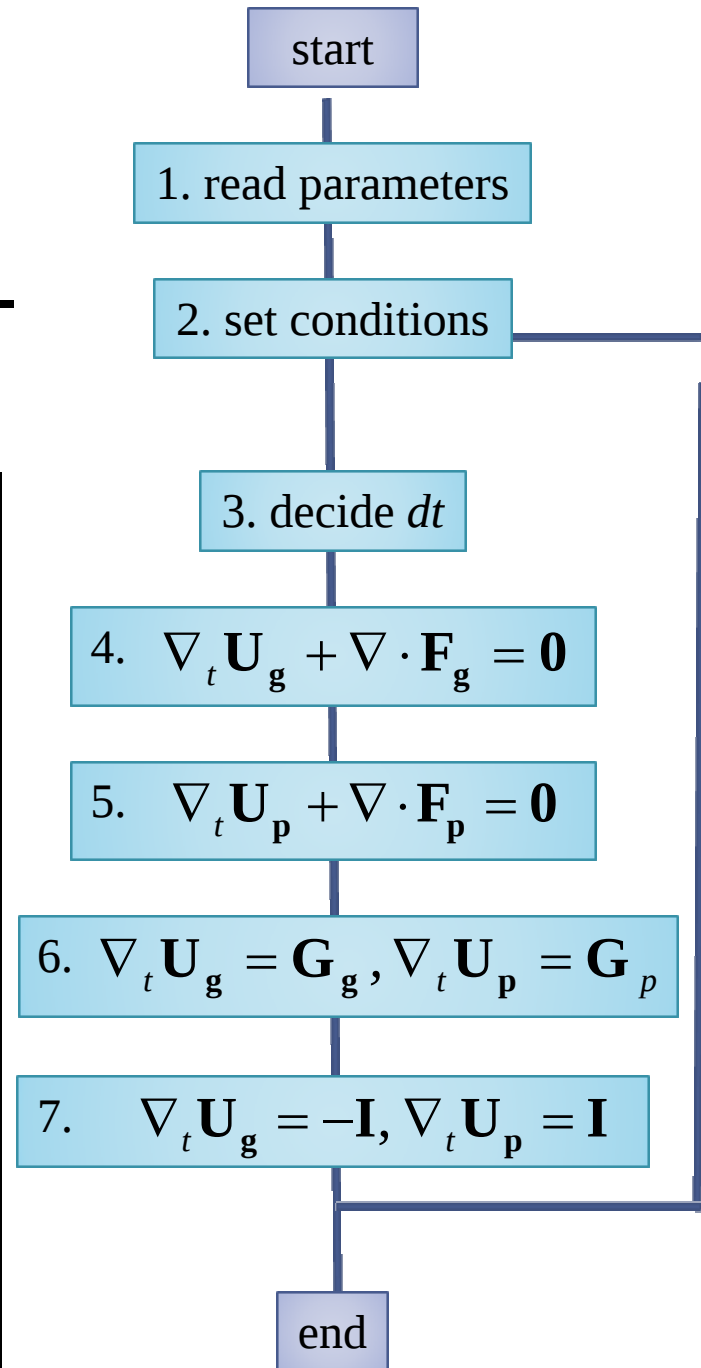
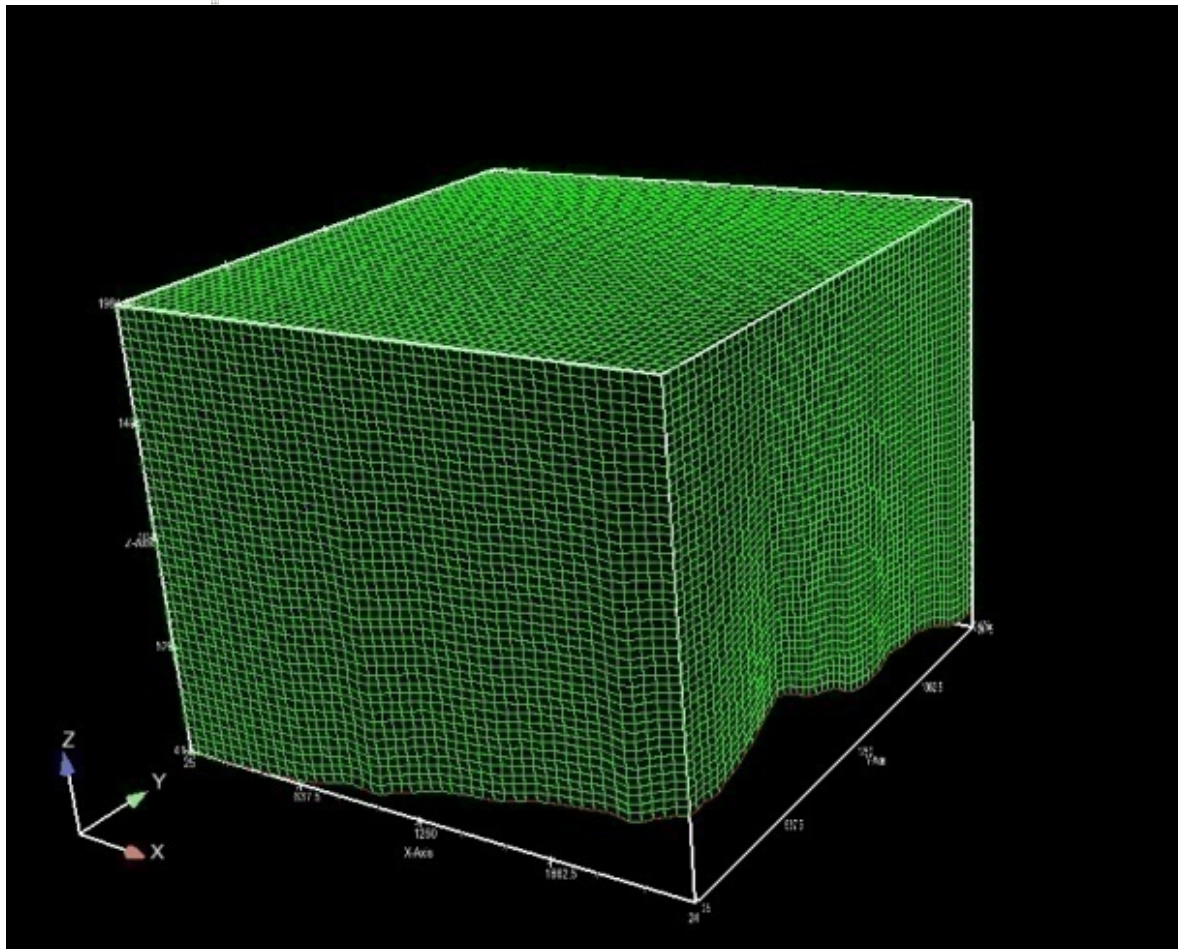
流束の重み付平均化計算手法



$$F = \frac{A_1 - A_0}{\Delta x} F^{(1)} + \frac{A_2 - A_1}{\Delta x} F^{(2)} + \frac{A_3 - A_2}{\Delta x} F^{(3)} + \frac{A_4 - A_3}{\Delta x} F^{(4)}$$

地形

- 国土地理院標高メッシュデータに基づく非直交格子

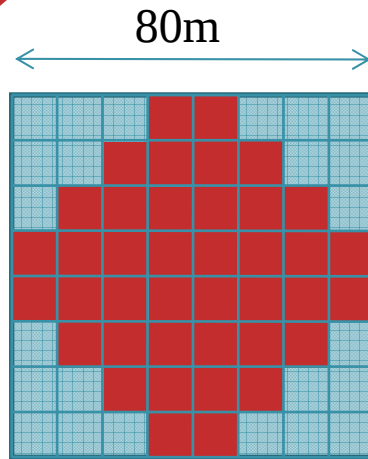




計算安定のための工夫

- 固体粒子密度が希薄な場
 - 周囲気体 $\rho_p = \rho_{pout} = 1.0e-6$
 - 相互作用しない
- dt が急激に変化するとき $\rho_p \leq 0$
 - $\rho_p = \rho_{pout}$, $v_p = 0.$, $T_p = T_g$
 - $dt = const$ で 回避可能 (?)
- 噴出口近傍
 - $nz = 1$ $w_g = w_{gin}$, $w_p = w_{pin}$

設定 Case1. 100m/s Case2. 200m/s



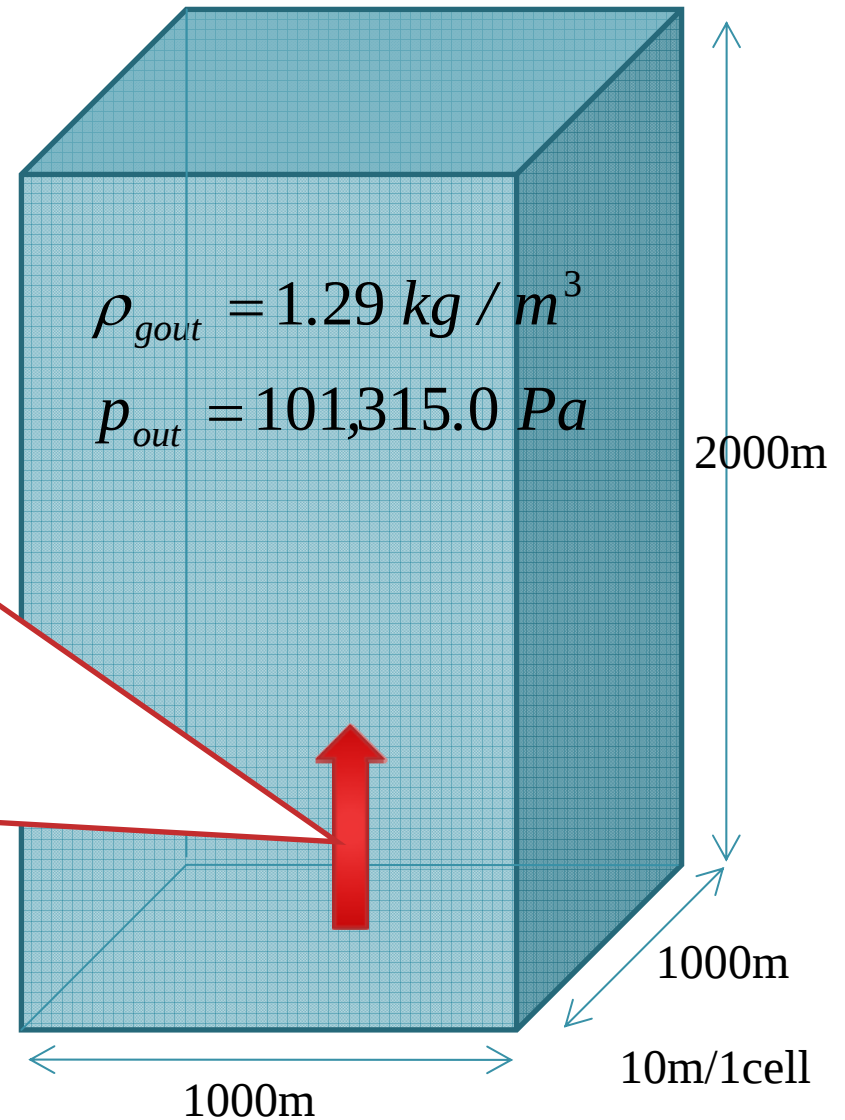
1.0 cm

$$\rho_{pm} = 2500. \text{ kg} / \text{ m}^3$$

$$\rho_{gin} = \rho_{gout} , \quad p_{in} = p_{out}$$

$$\rho_{pin} = \rho_{gin} , \quad C_m = C_v$$

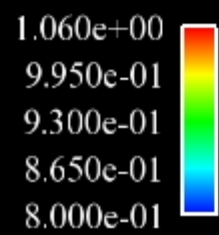
$$W_{gin} = W_{pin}$$



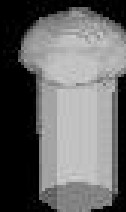
Case I. 100m/s

Time= 30

density



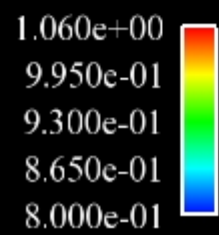
ddensity



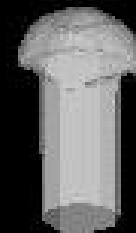
Case I. 100m/s

Time= 35

density



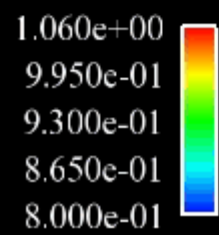
ddensity



Case I. 100m/s

Time= 0

density



ddensity



Case I. 100m/s

Time= 0



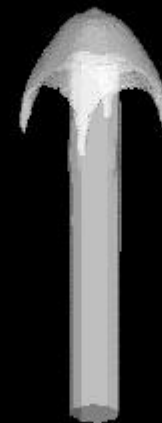
Case 2. 200m/s

Time= 60

density
1.060e+00
9.950e-01
9.300e-01
8.650e-01
8.000e-01



ddensity
6.000e+00
4.500e+00
3.000e+00
1.500e+00
1.000e-06



Case 2. 200m/s

Time= 0

density

1.060e+00
9.950e-01
9.300e-01
8.650e-01
8.000e-01



ddensity

6.000e+00
4.500e+00
3.000e+00
1.500e+00
1.000e-06



Case 1. 100m/s

Time= 0



Case 2. 200m/s





まとめ

- 空間3次元固気混相流体の解析コードを開発し，噴流問題のテスト計算を行った。
- 噴流の注入による気体の渦の巻き込み流に加速され，固体粒子が高密度に分布する場が傘型に形成された。噴流速度が速い場合には複数個の気体の渦が形成され，それに伴い第二の“固体粒子の傘”が形成されつつあった。



まとめ

- “固体粒子の傘”の直下では，固体粒子密度が不安定であった．対処法として解の修正を試みたが，その頻度が多い場合，結果は大きく破綻した．
- 不安定は，時間ステップが急激に変化する場合に生じている．時間ステップの選定方法の改良により，この不安定は回避できる（？）．