

# 火砕流ダイナミクスに関する数値的研究： 浅水波モデルの開発と検証

志水宏行，小屋口剛博，鈴木雄治郎（東京大学 地震研究所）

火砕流：  
**非粘性重力流**として  
流動する混相流



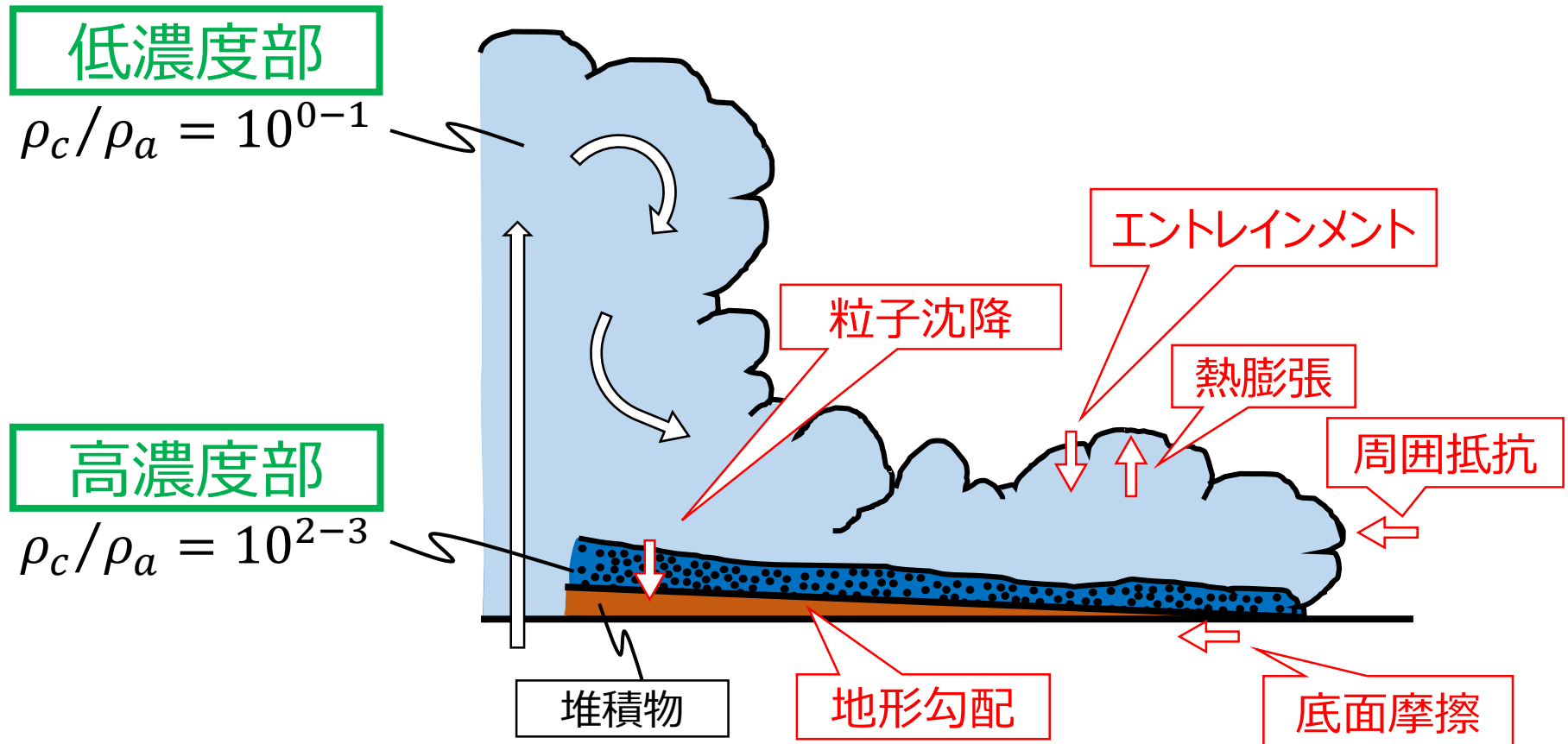
## 本研究の目標

火砕流ダイナミクス(e.g., 到達距離, 拡大速度)を,  
非粘性重力流の流体力学的理論に基づいて理解する.

## ■ 火砕流ダイナミクス

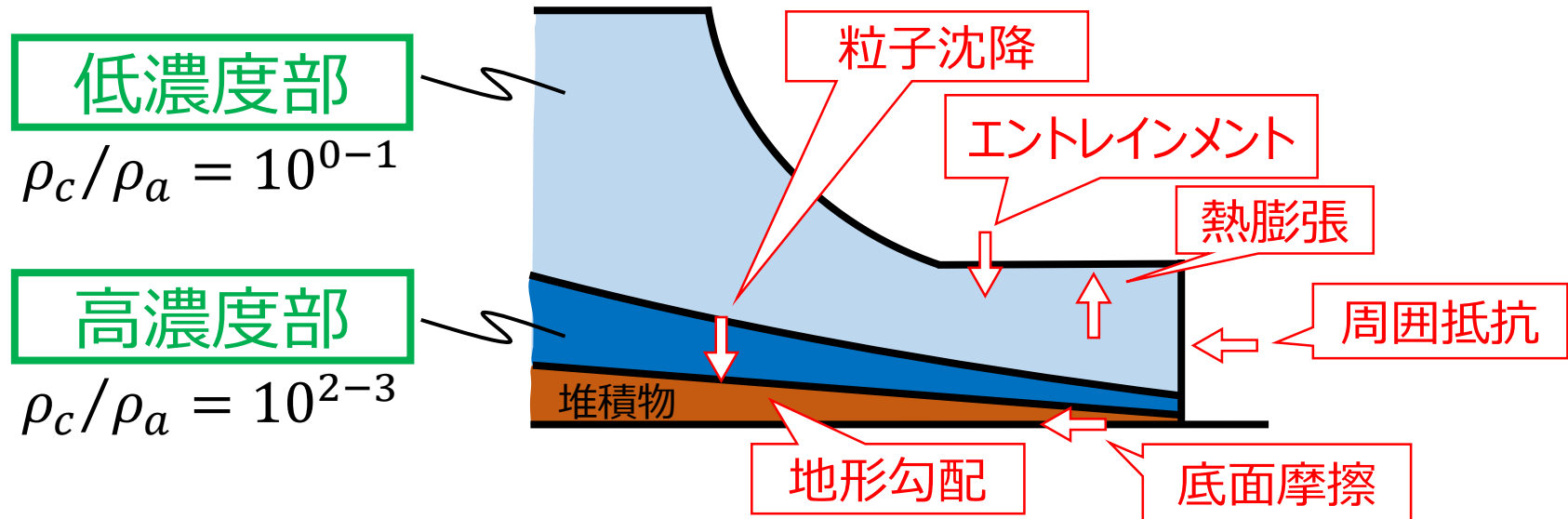
密度成層の影響を受ける (e.g., Branney & Kokelaar, 2002).

⇒ 2層(低濃度部と高濃度部)に分割可能



## ■ 火砕流の浅水波モデル

- ・ **2層流モデル**としての定式化が有効（火砕流ダイナミクスを表現するため）
- ・ **数値モデル**が必要（火砕流の浅水波モデルは複雑であるため）



### 本発表の内容

- ① 数値モデルの検証（厳密解の求まる単純なケース）
- ② 火砕流ダイナミクス解析（2層流モデルの開発と予察的結果）

## ■ 浅水波モデル

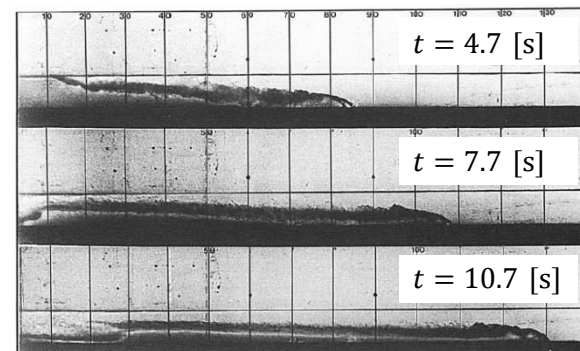
流れのダイナミクスにおいて何の物理過程が支配的であるのかについての解析に有効

|     | 厳密解                       | 数値解                                          |
|-----|---------------------------|----------------------------------------------|
|     |                           | 数値モデルは提案済み<br>(e.g., Bonnetaze et al., 1993) |
| 均質流 | 得られる<br>○<br>(Hogg, 2006) | 得られる<br>○                                    |
| 火砕流 | 得られない<br>×                | 得られる<br>○                                    |

複雑化

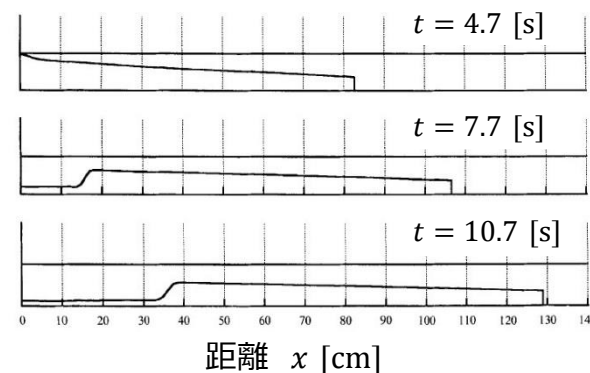
検証は不十分

## 実験 (均質流) (Rottman & Simpson, 1983)



大局的振る舞いを再現可能

## 浅水波モデル (均質流)



Bonnetaze et al. (1993)のFig 5を改変

## ■ 均質流のダム・ブレイク問題の厳密解 (Hogg, 2006)

時間発展：

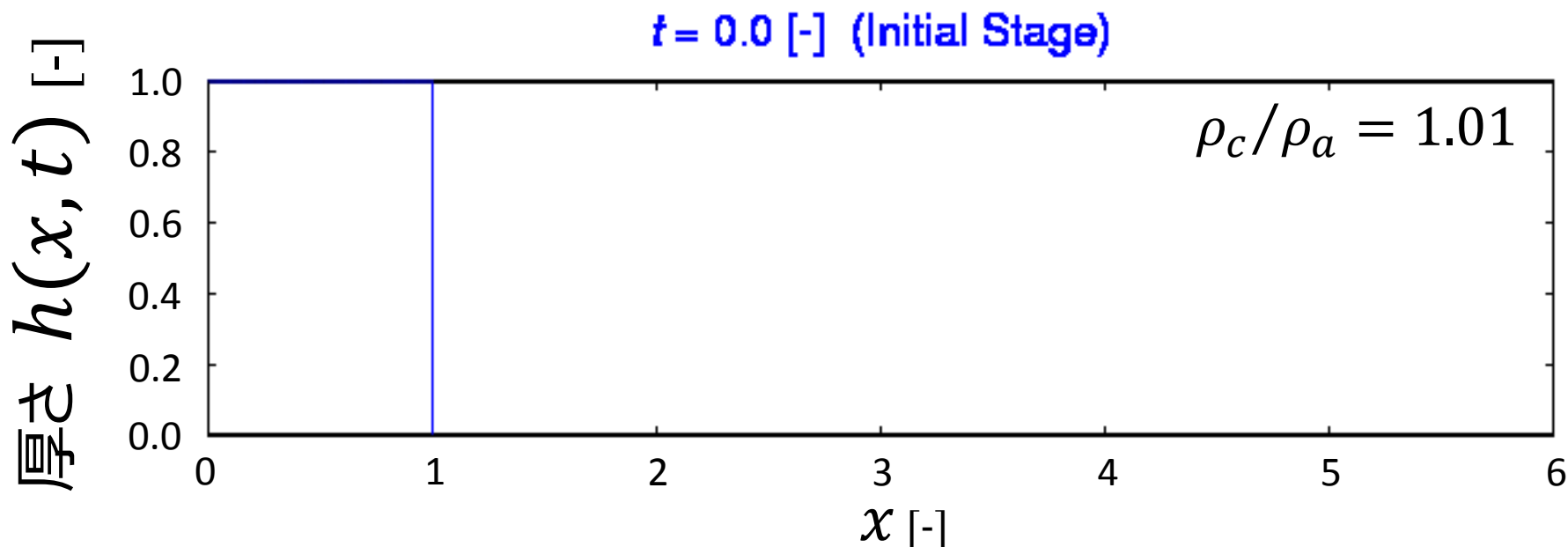
**初期ステージ**

(先端の物理量は**一定**)



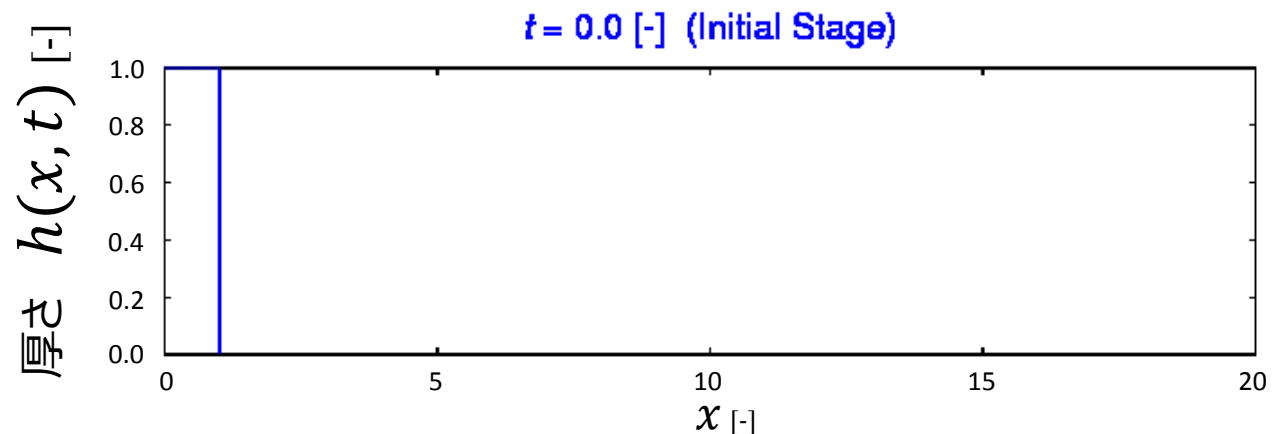
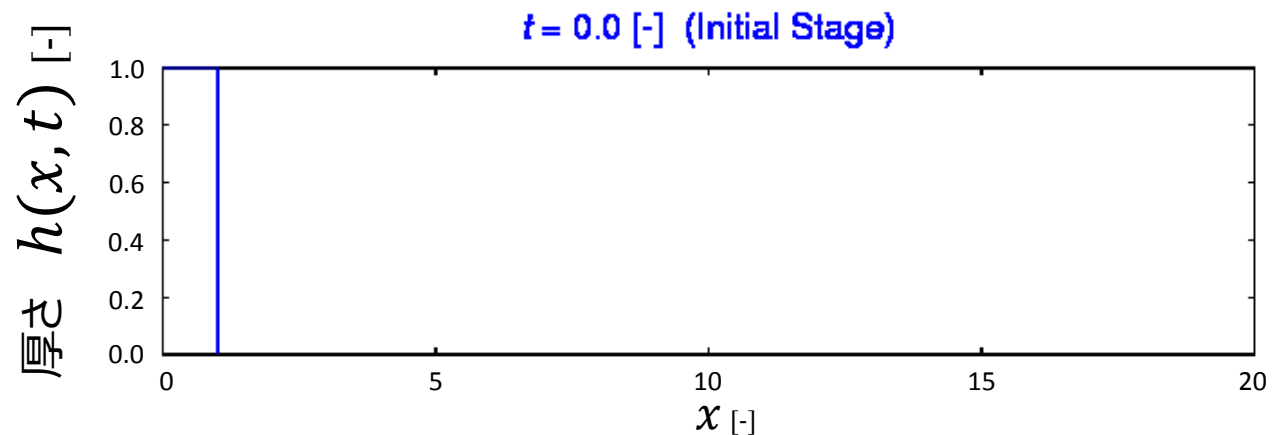
**後期ステージ**

(先端の物理量は**減衰**)



## ■ ダム・ブレイク問題の $\rho_c/\rho_a$ 依存性

1.01  
↑  
小  
 $\rho_c/\rho_a$   
↓  
大  
1000



## ■ 均質流の浅水波モデル【無次元】

(Ungarish, 2007)

質量保存

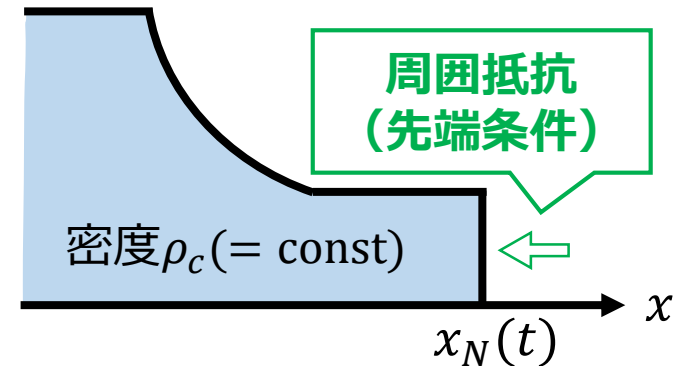
$$\frac{\partial}{\partial t}(h) + \frac{\partial}{\partial x}(hu) = 0$$

運動量保存

$$\frac{\partial}{\partial t}(hu) + \frac{\partial}{\partial x}\left(hu^2 + \frac{1}{2}h^2\right) = 0$$

**先端条件** (境界条件)

$$u_N = Fr_0 \sqrt{\rho_c / \rho_a} \sqrt{h_N} \quad \text{on } x = x_N(t)$$



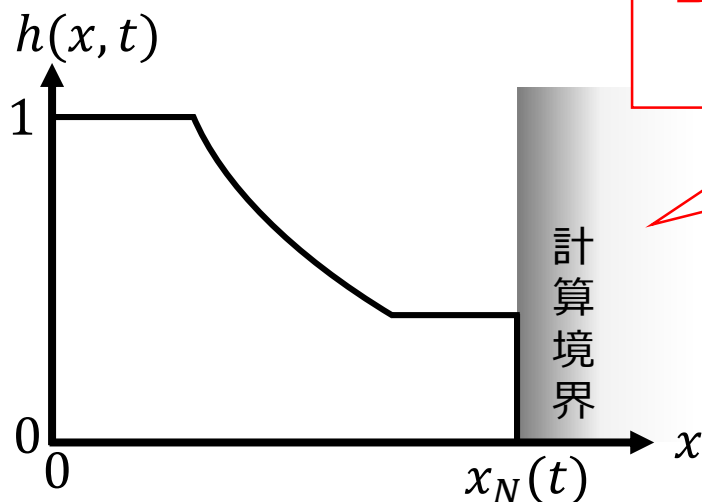
$h(x, t)$  : 厚さ,  $u(x, t)$  : 速度  
※  $Fr_0$  は1のオーダーの定数

$\rho_c / \rho_a$  の影響を正確に捉えるためには、  
**先端条件** を厳密に解かなければならない。

## ■ 先端条件を解くための数値モデル

### Boundary-Condition (BC) model

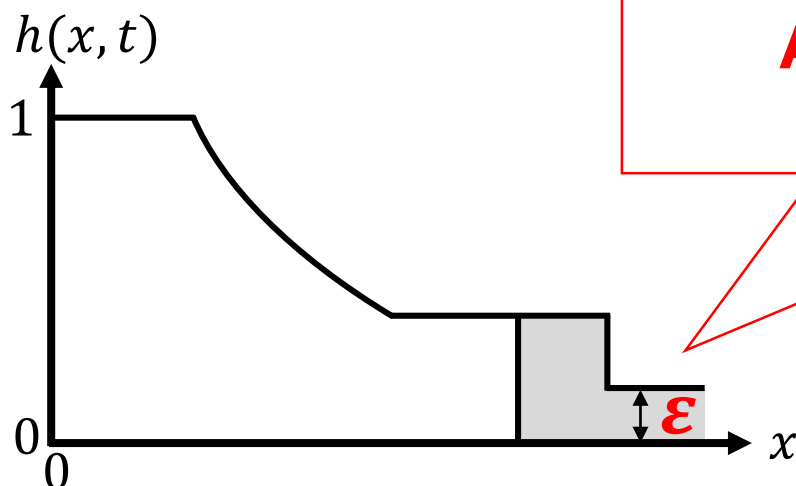
パラメータ： $\rho_c / \rho_a$



- ・ 先端条件を直接計算
- ・ 移動境界特有の数値的難しさが存在

### Artificial-Bed (AB) model

パラメータ： $\varepsilon$



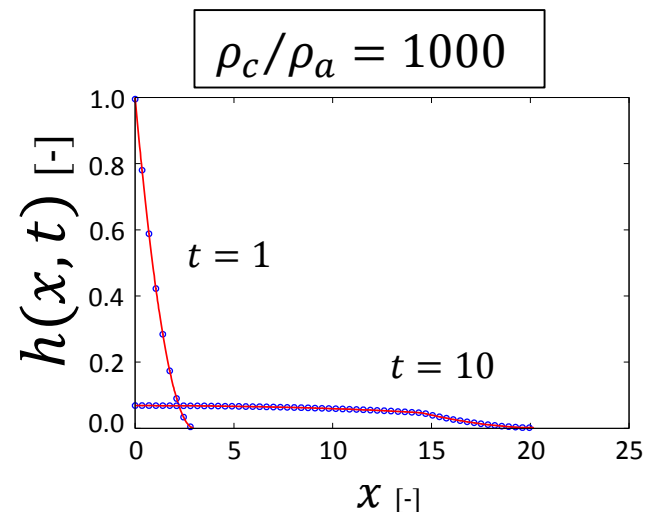
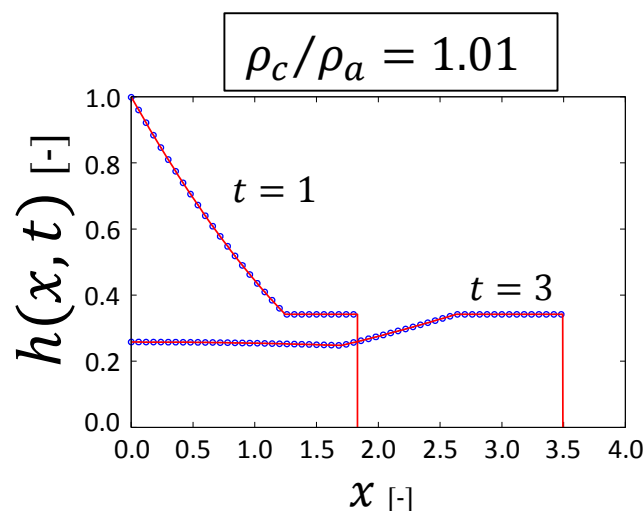
厚さ $\varepsilon (\ll 1)$ の静止した仮想流体層を置くことで先端部を計算

- ・ 数値的取り扱いが簡単
- ・  $\varepsilon$ にどのような値を与えるべきか不明

## ■ 数値解と厳密解の比較

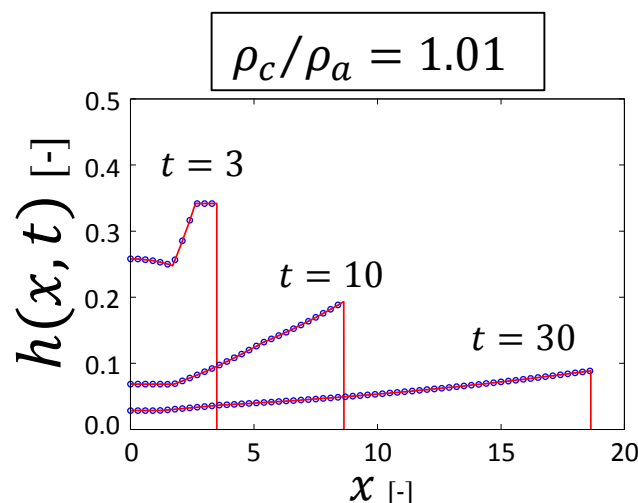
初期ステージ

一致



後期ステージ

一致



厳密解

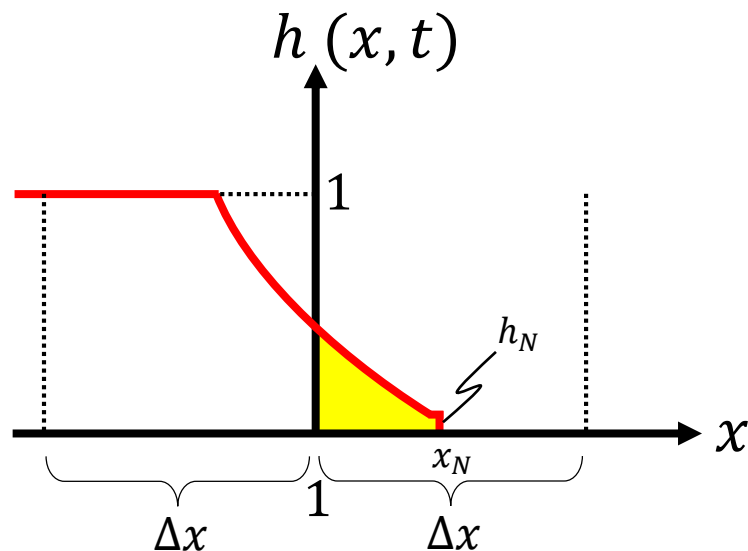
—

数値解

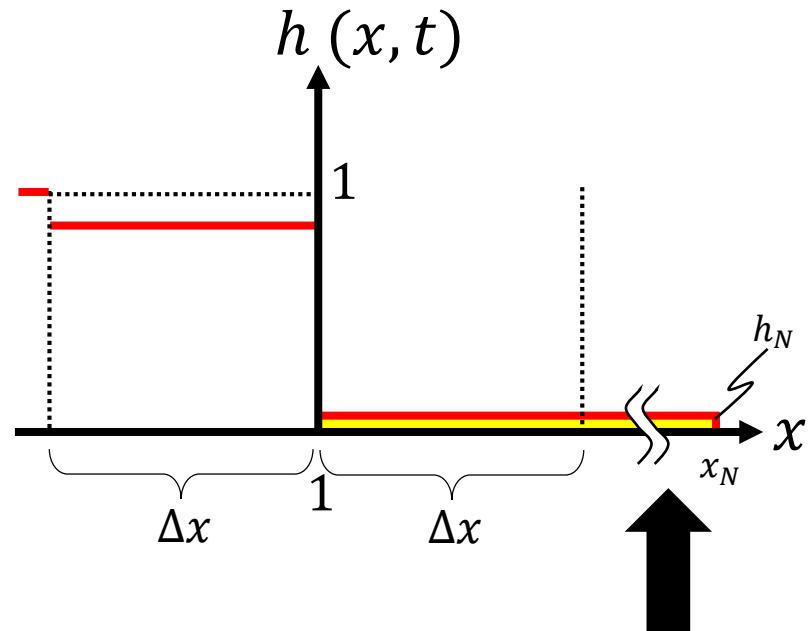
●

## ■ 離散化誤差 ( $t \sim 0$ )

厳密解 ( $\rho_c/\rho_a \gg 1$ )



数値解 ( $\rho_c/\rho_a \gg 1$ )



### 欠点

特に,  $\rho_c/\rho_a \gg 1$ では, 先端位置 $x_N$ の数値解は厳密解よりも過大に見積もられてしまう.

## ■ $\varepsilon$ と $\rho_c/\rho_a$ の対応関係（初期ステージ）

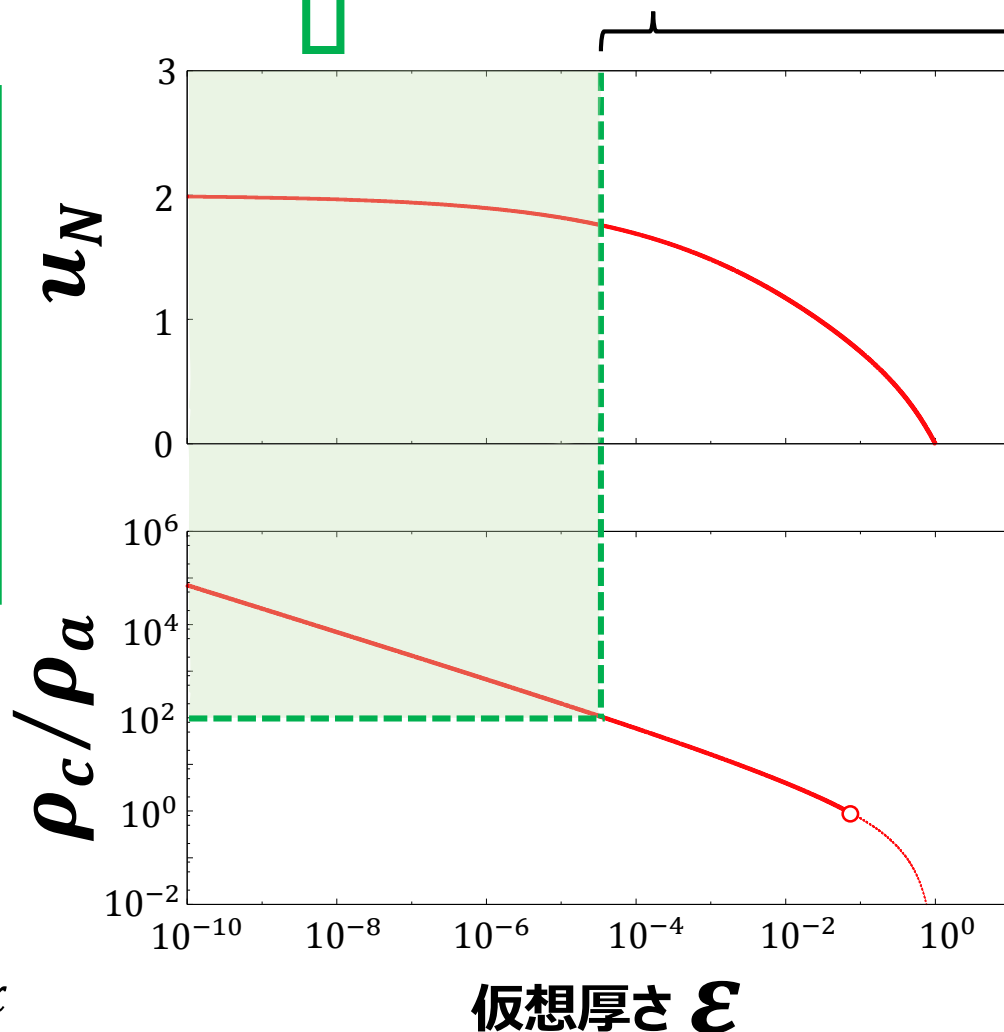
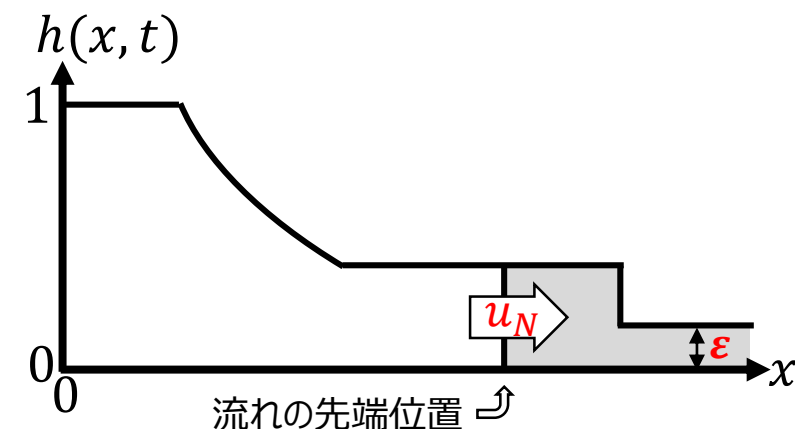
$\varepsilon$ に**敏感**な領域 ( $\rho_c/\rho_a \lesssim 100$ )

$\varepsilon$ を正確に与えなければならない。

$\varepsilon$ に**鈍感**な領域

( $\rho_c/\rho_a \gtrsim 100$ )

十分小さな $\varepsilon$ を適当に与えたとしても、厳密解を近似的には正しく再現できる。

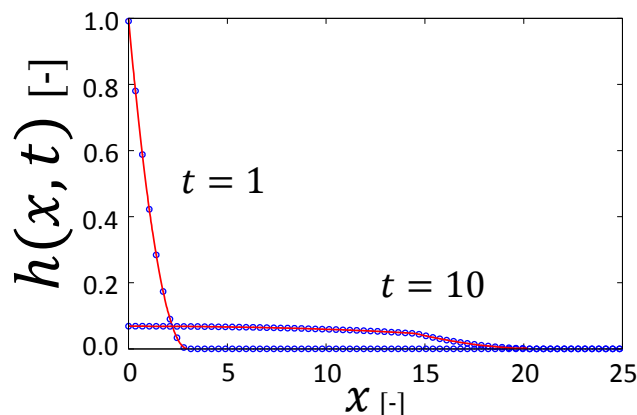


## ■ 数値解と厳密解の比較

初期  
ステージ

$$\rho_c / \rho_a \gtrsim 100 \text{ (}\varepsilon\text{に鈍感)}$$

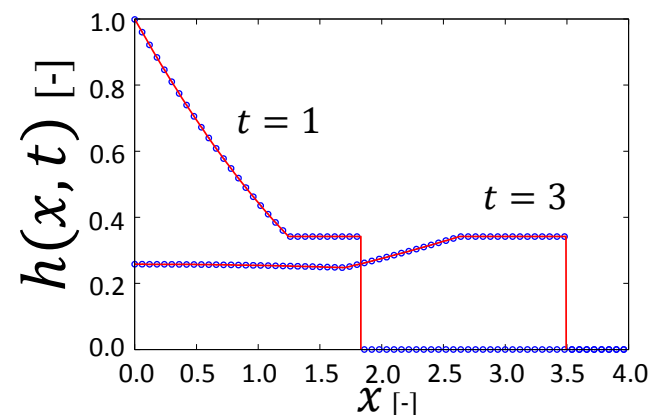
十分小さな $\varepsilon$ を適当に与えるだけで  
厳密解を再現できる



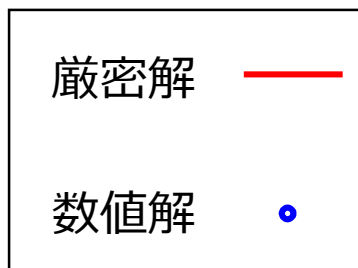
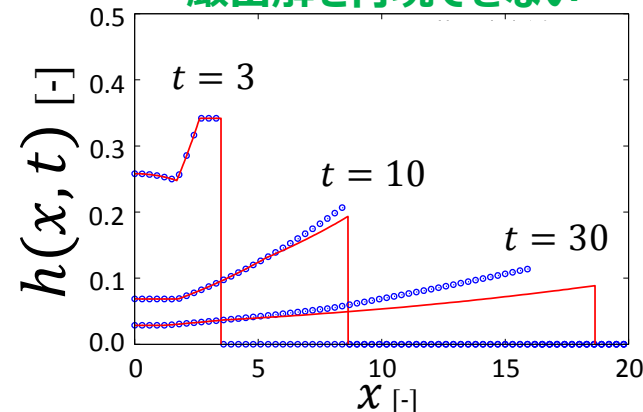
後期  
ステージ

$$\rho_c / \rho_a \lesssim 100 \text{ (}\varepsilon\text{に敏感)}$$

$\varepsilon$ を正しく与えれば  
厳密解を再現できる



正確な $\varepsilon$ を与えたとしても  
厳密解を再現できない



# 数値モデルの検証： 結論

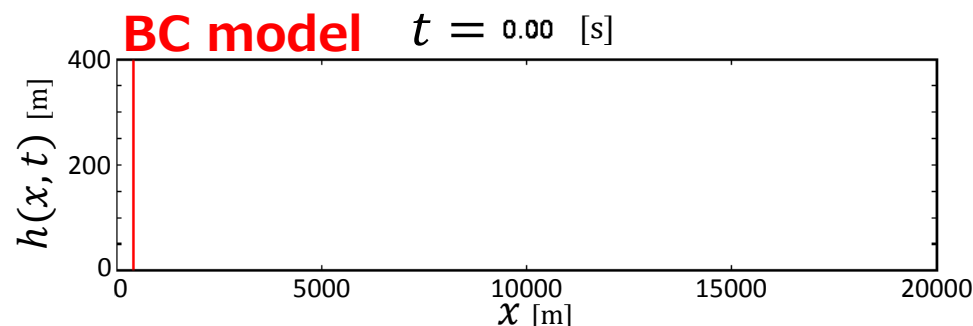
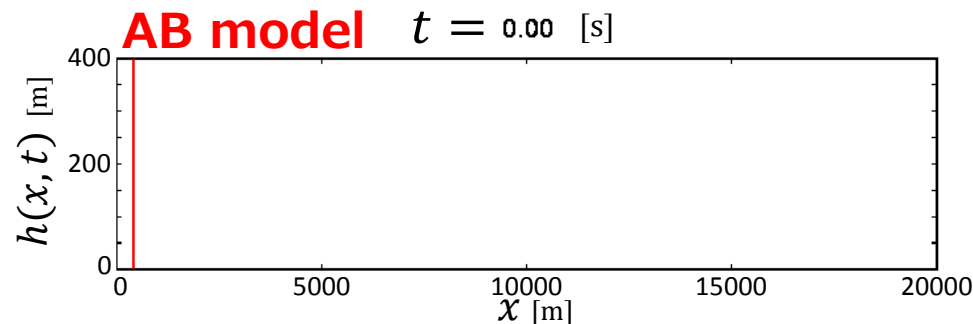
- BC modelとAB modelの適用範囲

| $\rho_c/\rho_a$ | 小<br>(火砕流低濃度部)                  | 100 | 大<br>(火砕流高濃度部)                  |
|-----------------|---------------------------------|-----|---------------------------------|
| 数値モデル           |                                 |     |                                 |
| BC model        | ○                               |     | △<br>(離散化誤差に関する注意点あり)           |
| AB model        | ×<br>(解が仮想厚さ $\varepsilon$ に敏感) |     | ○<br>(解が仮想厚さ $\varepsilon$ に鈍感) |

- AB model( $\varepsilon \rightarrow 0$ )の $\rho_c/\rho_a \lesssim 100$ への適用【有次元】

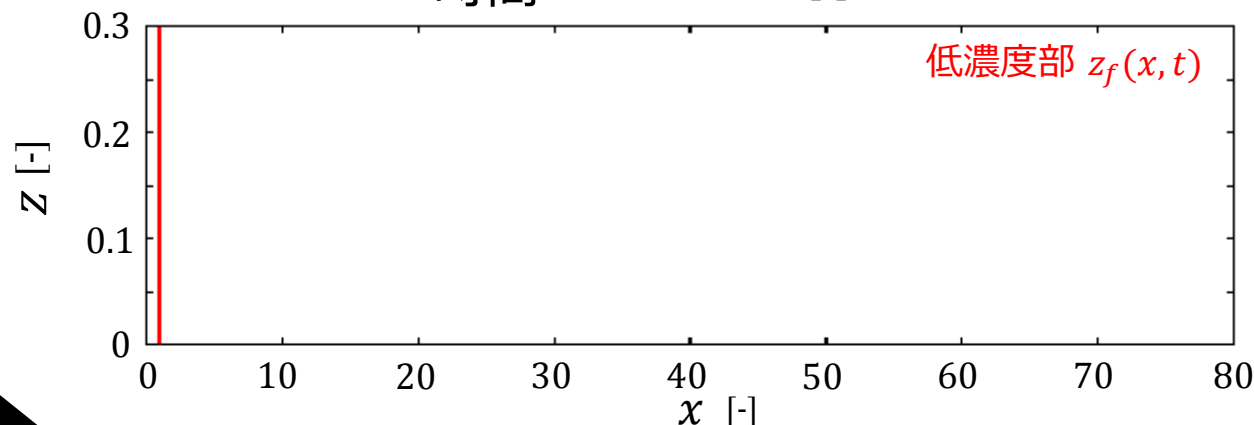
例：  $\rho_c/\rho_a = 10$

AB model ( $\varepsilon \rightarrow 0$ )は  
**誤った結果**を導き出す。



# 火砕流ダイナミクス解析： 2層流モデルの開発とその結果

時間  $t = 0.00$  [-]



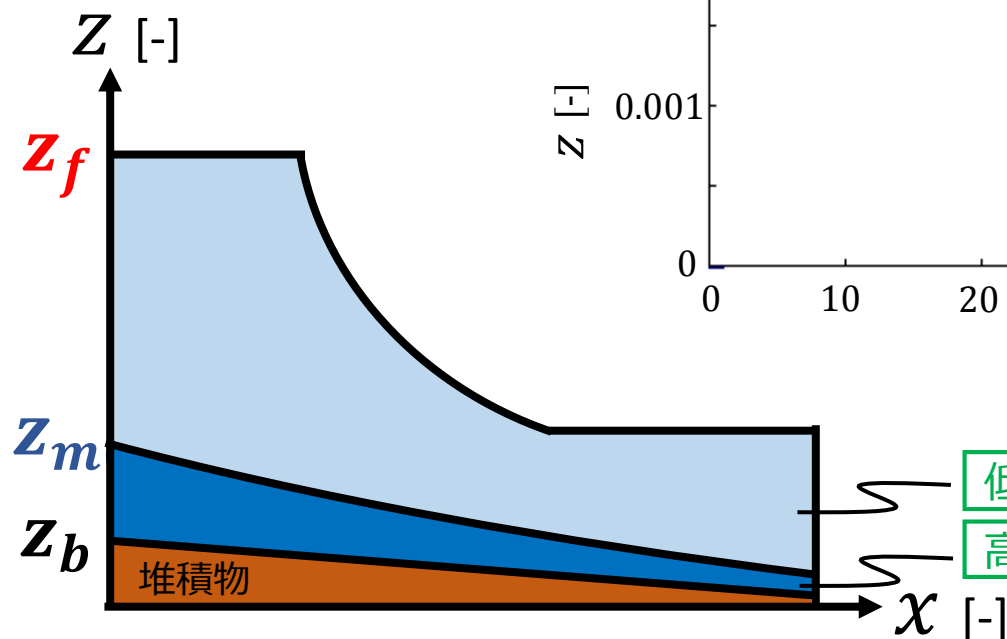
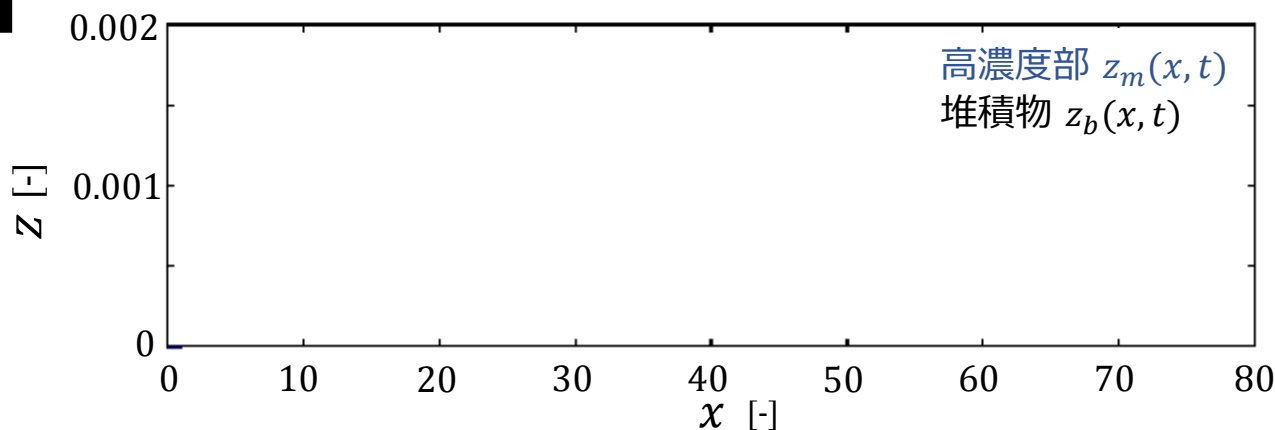
低濃度部：ヘッドが発達

↓

高濃度部：ヘッドが発達

↓

堆積物：厚くなる(@遠方)



低濃度部  $\rho_c/\rho_a = 10^{0-1}$

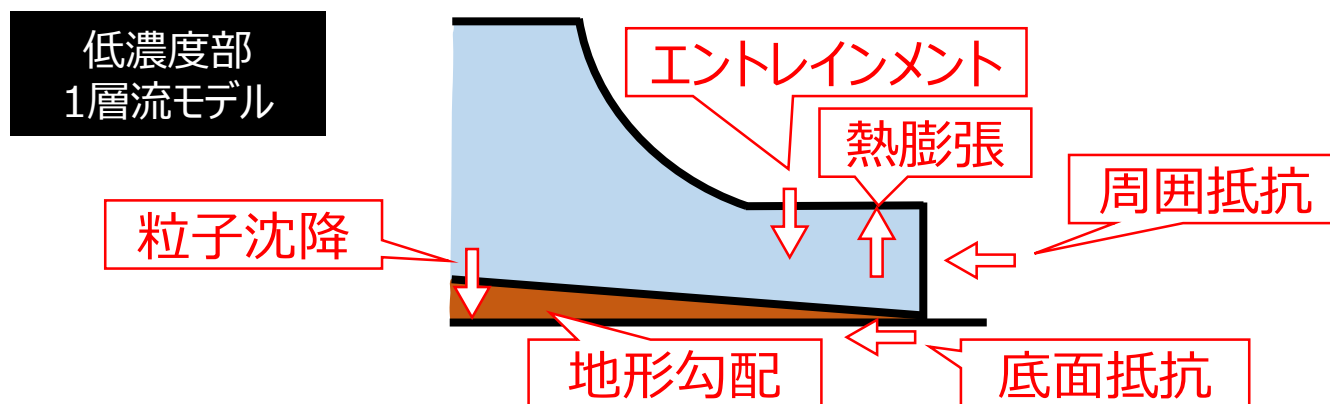
**BC model**

高濃度部  $\rho_c/\rho_a = 10^{2-3}$

**AB model**

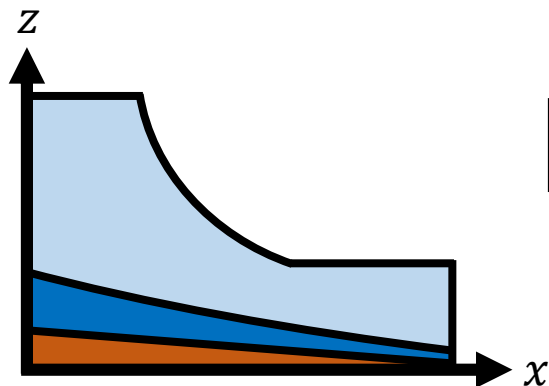
# 今後の予定

- 低濃度部の1層流モデルの開発と，それを用いたパラメータ・スタディ



- 火砕流2層流モデルの3次元空間への拡張

2次元空間



3次元空間

