

割れ目の伝播に関するコストロフの理論について

菊地正幸教授記念シンポジウム -次世代の地震学に期待すること- 2004/11/1-2

東京大学理学部地球物理学教室

教授 理学博士 竹 内 均

大学院学生 菊 池 正 幸

地質工学, 1971

亀裂伝播の理論的研究と地震学

定速度で伝播する二次元割れ目の
変位速度と応力場

九州大学大学院理学研究院 亀 伸樹

横浜市立大学文理学部物理教室 菊 地 正 幸

(昭和 51 年 7 月 21 日受理)

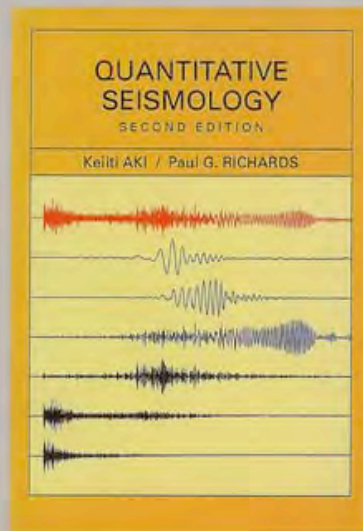
地 震 第 2 輯
第 29 卷 (1976) 277-285 頁

1. 地震学における最も魅力的な問題の一つは、

安芸敬一 P.G.リチャーズ

地震学 定量的アプローチ

上西幸司・亀 伸樹・青地秀雄 訳



古今書院

発売中

- 震源域の岩石の物理特性と
- その領域に存在するテクトニックな応力の研究から、
- 地震の発生と結果として生じる地震の運動を予測することである

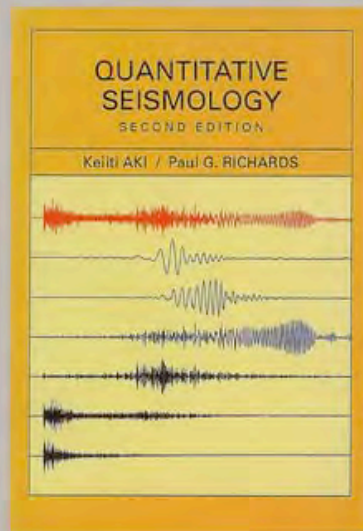
第11章「地震の震源：動力学」第2節
「自発的な平面破壊伝播の動力学」より

主な研究の進路が三つある

安芸敬一 P.G.リチャーズ

地震学 定量的アプローチ

上西幸司・亀 伸樹・青地秀雄 訳



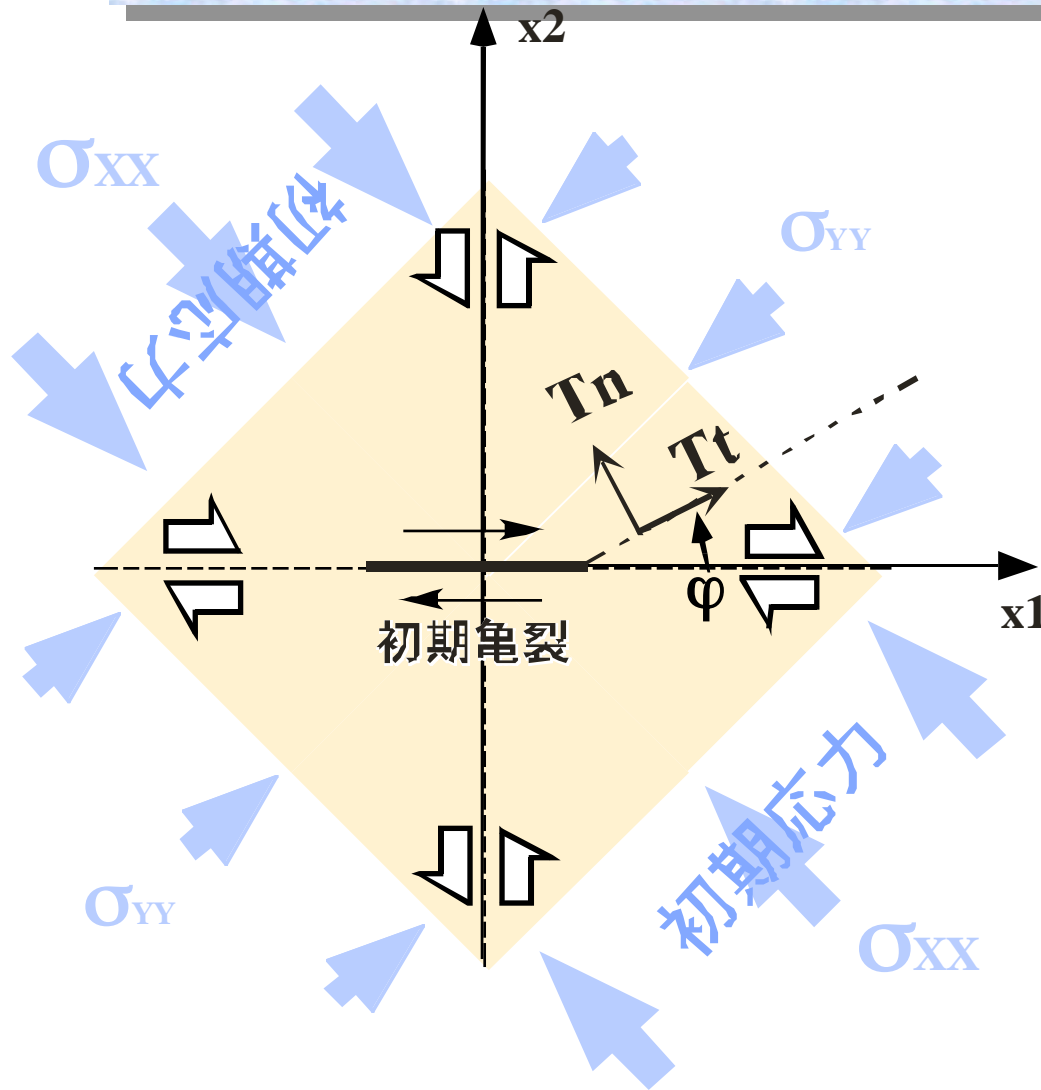
古今書院

第11章「地震の震源：動力学」第2節
「自発的な平面破壊伝播の動力学」より

1. 固有表面エネルギーや終端領域の長さ、また摩擦の静的 動的な値といった断層粘土物質の特性と、その空間分布を調べなければならない
2. 断層帯に作用しているテクトニックな応力を決定しなくてはならない
3. 初期応力条件と断層帯の物性だけに基づいて、始まりから終わりまでの全体の破壊現象を予測することができなければならない

地震の動力学モデルによる
破壊の進展・停止に関する理論的研究

地震：圧縮応力下で起きるせん断破壊



地震破壊のモデル

- 圧縮応力下の弾性体
- せん断型の亀裂




破壊の開始、進展、停止

(1)破壊力学理論

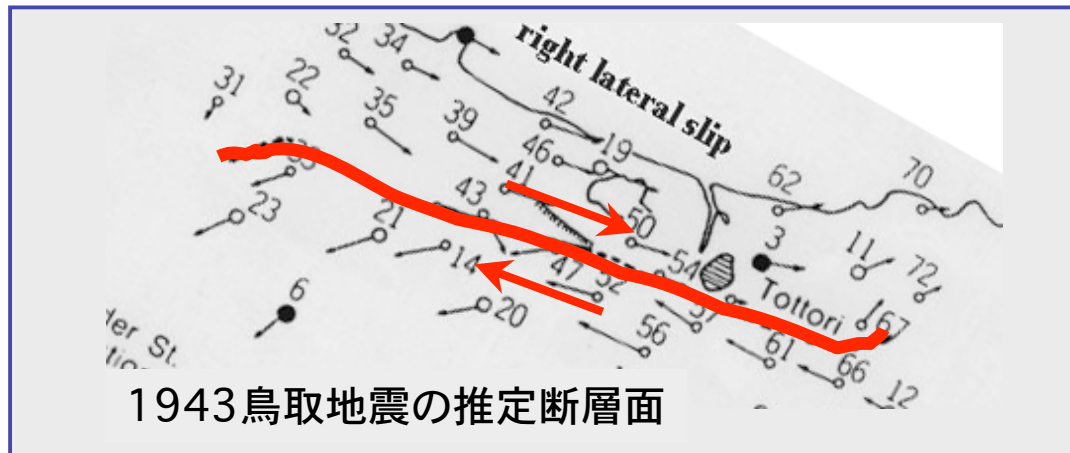
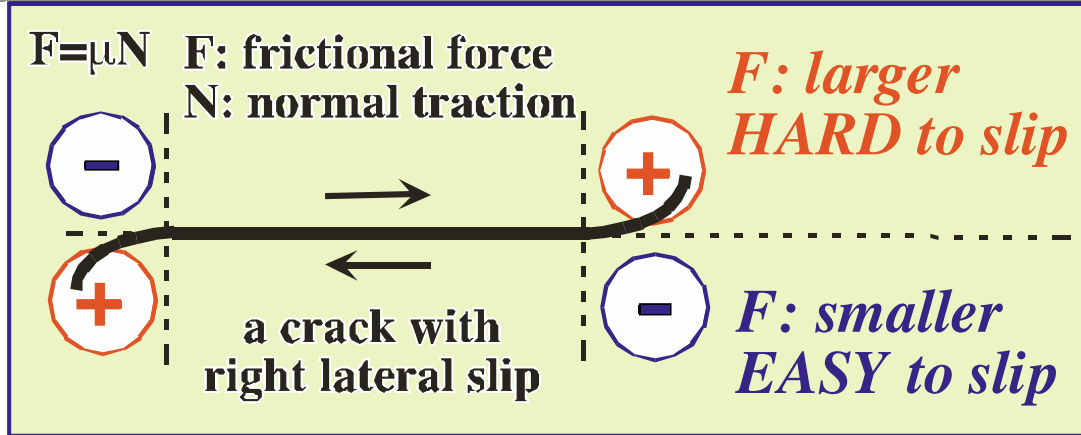
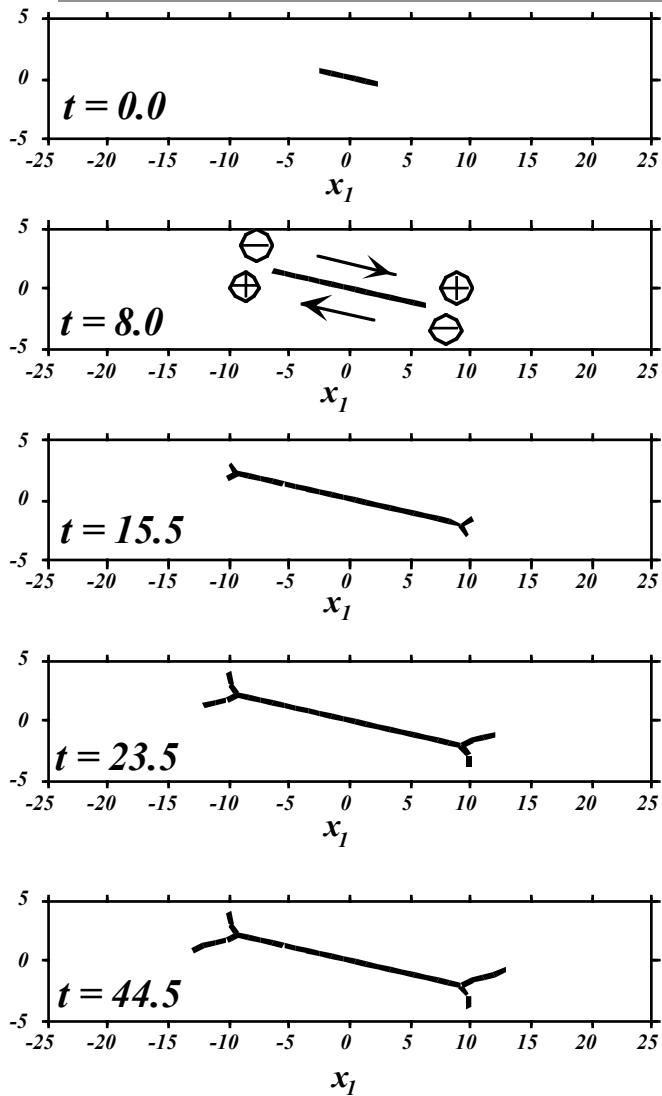
破壊の開始 (停止)

(2)亀裂伝播の理論研究

破壊の動的進展

 : 初期応力を解放するすべりの向き

破壊の自発的成長と停止のシミュレーション



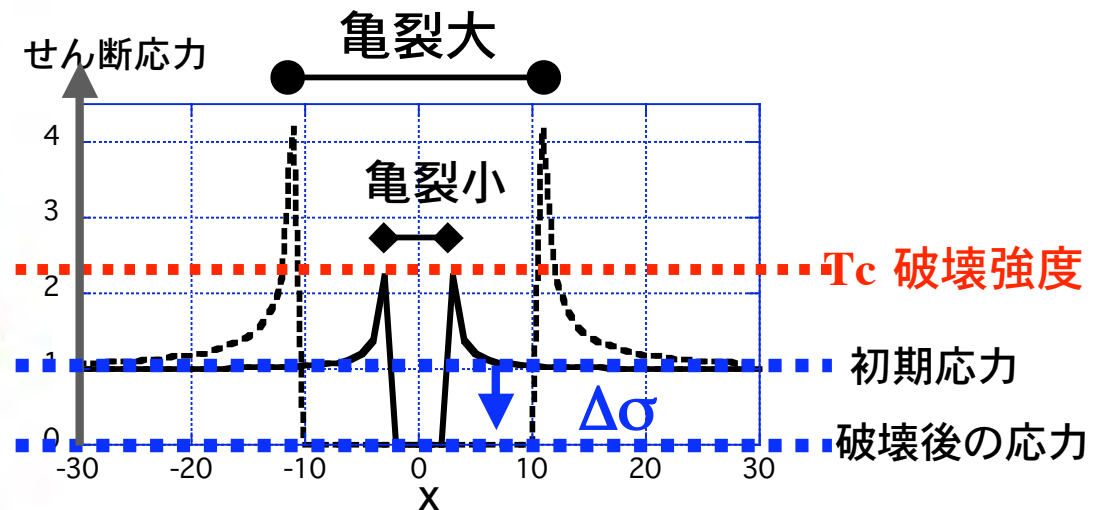
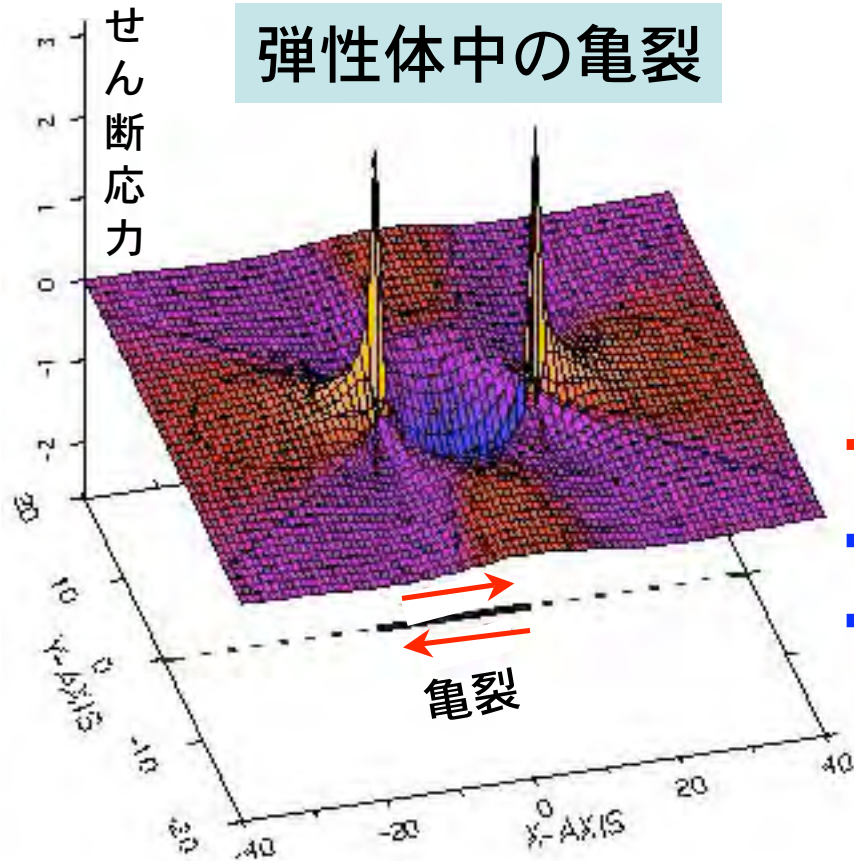
Kame & Yamashita, GJI, 2003

2. 破壊力学理論 (a)破壊の開始

破壊パラメタ

- ・ 亀裂面で応力降下 (応力降下量 $\Delta\sigma$)
- ・ 亀裂先端で応力集中 (破壊強度 T_c)

弾性体中の亀裂

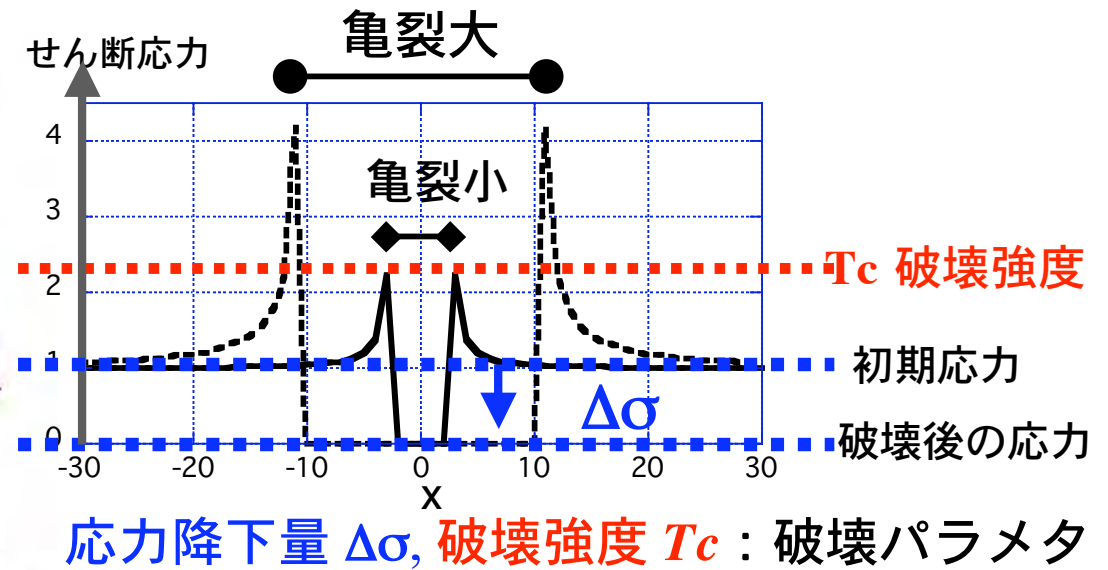
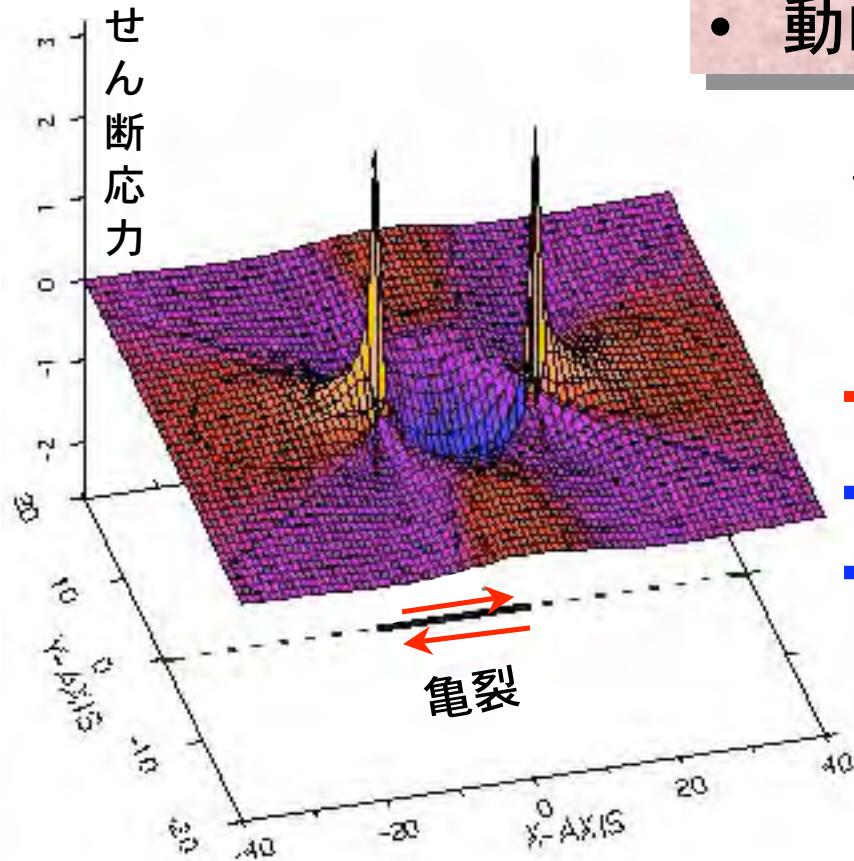


臨界亀裂サイズ

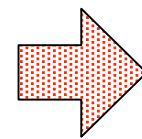
- ・ Griffith(1920)の破壊理論：エネルギーバランス
- ・ Irwin(1958)の破壊理論：応力拡大係数K

(b) 亀裂伝播の理論的研究：地震の動力学モデル

- 動的成長の開始→高速破壊 (2-3km/s)




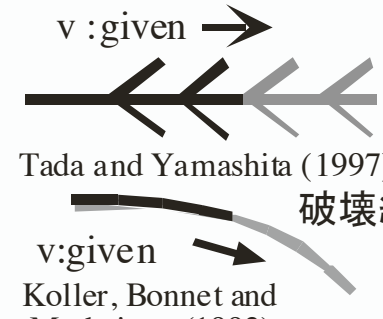
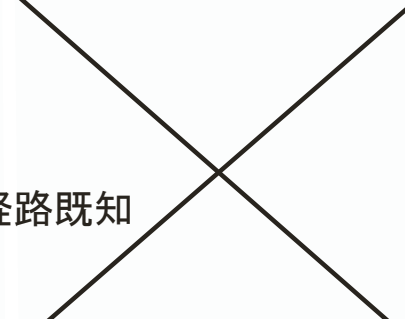
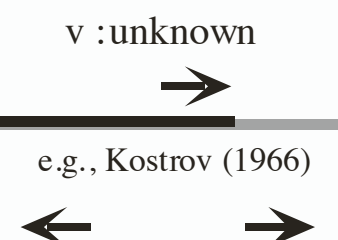
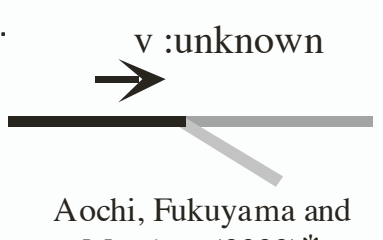
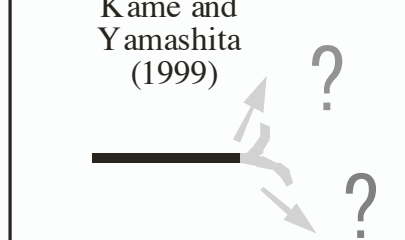
- (1) 亀裂による変形を求める
- (2) 進展・停止を破壊力学で決定



境界(亀裂)が伝播する
初期値・境界値問題

亀裂伝播の理論的研究

形状と破壊速度を予め仮定した問題からスタート（解析解：自己相似形亀裂）

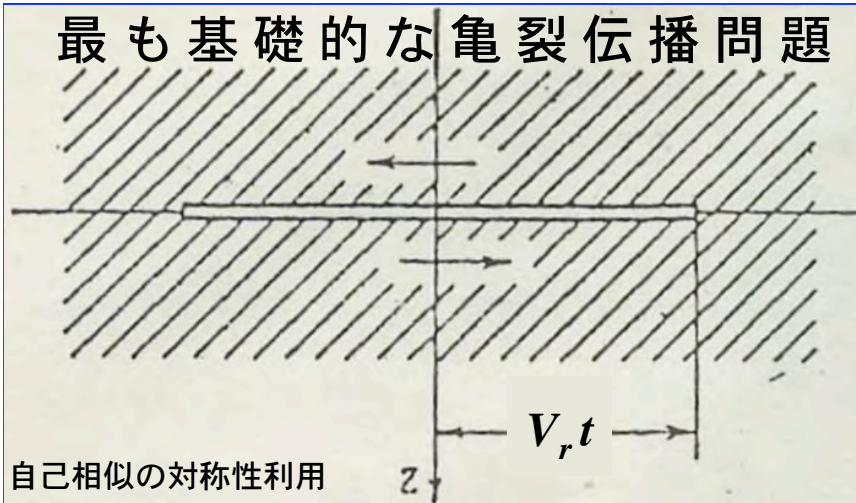
	平面形状	非平面形状	
		破壊形状既知	破壊形状未知
破壊速度 既知の 亀裂伝播 問題 v :given	 e.g., Kostrov (1964)	 Tada and Yamashita (1997) Koller, Bonnet and Madariaga (1992)	
自発的な 亀裂伝播 問題 v :unknown	 e.g., Kostrov (1966) e.g., Das and Aki (1977)	 Aochi, Fukuyama and Matu'ura (2000)* 破壊経路未知	 Kame and Yamashita (1999) 破壊形状未知

表：せん断型亀裂の動的破壊伝播問題 v :rupture velocity

一定速度で伝播する平面亀裂の伝播問題

- Kostrov, Self-similar problems of propagation of shear cracks, 1964.
- 菊地, 定速度で伝播する二次元割れ目の変位速度と応力場, 1976. 博士号取得年

最も基礎的な亀裂伝播問題



より決められる。らせん型については竹内・菊地 (1975) により議論されている。刃状型に関しては、P波、Rayleigh 波の存在によりはるかに複雑になる。詳細は別の機会に述べることにするが、割れ目の先端から微小距離 δ 以内の領域で単位時間に散逸される歪エネルギーは次式で与えられる。

$$D \sim \delta \sigma(vt + \delta, 0, t) \dot{u}(vt - \delta, 0, t) \quad (17)$$

(14)-(16) を参照して $\delta \rightarrow 0$ における D の符号を調べると次のようになる。

$$D = \begin{cases} + & (0 < v < \gamma) \\ 0 & (v = \gamma) \\ 0 \text{ または } - & (\gamma < v < \beta) \\ 0 & (v \geq \beta, v \neq \sqrt{2}\beta) \\ - & (v = \sqrt{2}\beta) \end{cases} \quad (18)$$

散逸が負ということは系の歪エネルギーが増加することを示す。よつて、もし媒質が割れ目の進行に対して何らかの抵抗を示し、かつ外部からの強制力がはたらかない限り、割れ目の進行速度は Rayleigh 波速度を越えることができない。

(1) 変位速度場と応力場の貴重な解析解
(破壊速度の関数、特異性)


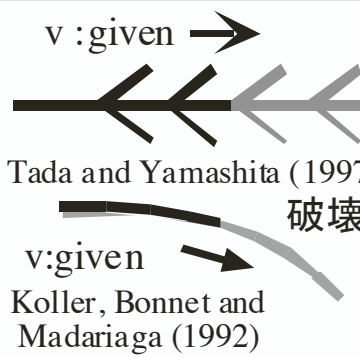
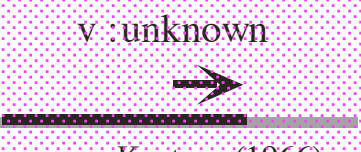
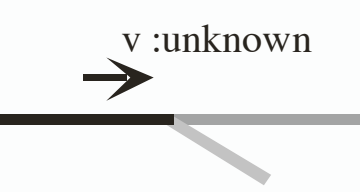
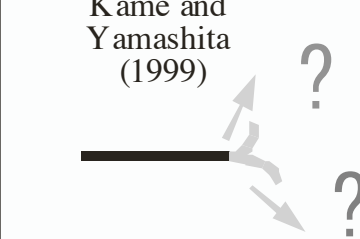
(2) 到達可能な破壊速度 v_r の議論
(解放されるエネルギーの正負)

$v_r < c_R$ (レイリー波速度), mode II crack

$v_r < \beta$ (S波速度), mode III crack

亀裂伝播の理論的研究

- 自発的な破壊の進展（解析解：半無限亀裂）

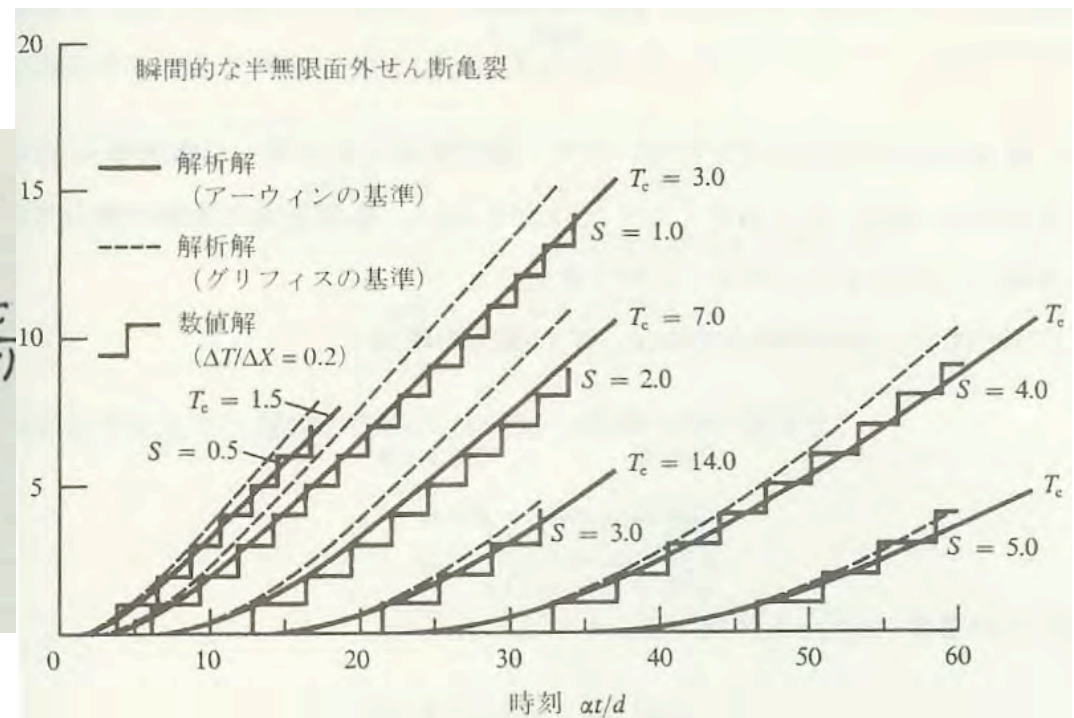
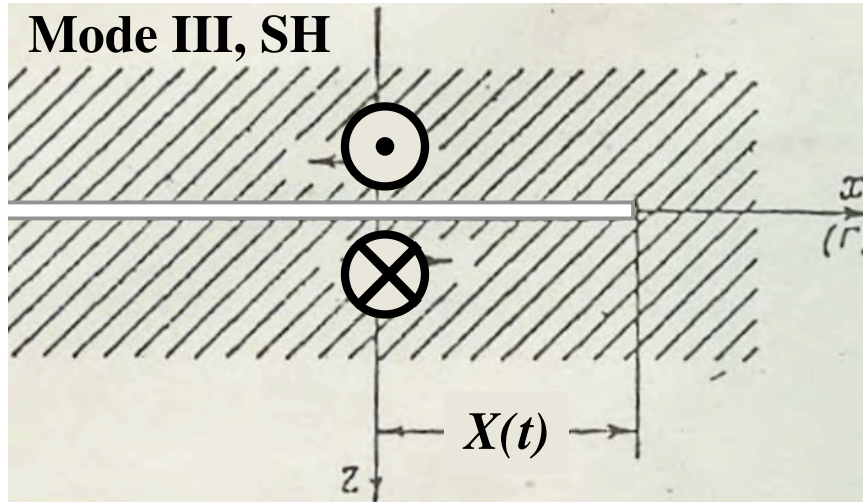
	平面形状	非平面形状	
		破壊形状既知	破壊形状未知
破壊速度 既知の 亀裂伝播 問題 v :given	 e.g., Kostrov (1964)	 Tada and Yamashita (1997) 破壊経路既知 Koller, Bonnet and Madariaga (1992)	X
自発的な 亀裂伝播 問題 v :unknown	 e.g., Kostrov (1966)	 * 3D model Aochi, Fukuyama and Matu'ura (2000)* 破壊経路未知	 Kame and Yamashita (1999) 破壊形状未知

表：せん断型亀裂の動的破壊伝播問題 v :rupture velocity

自発的な破壊の進展・停止（解析解、(半)無限亀裂）

- Kostrov, Unsteady propagation of longitudinal shear cracks, 1966.
- 菊地・竹内, SH型割れ目の伝播について, 1970. 地球物理学科卒業年
- 菊地・竹内, 割れ目伝播の停止機構, 1972. 修士課程修了年

割れ目の伝播に関するこれまでの議論では、割れ目の伝播速度...を与えて、...あまりに物理的考慮を欠いた数学的取り扱いである。もしできれば、なにかあるより基本的な法則から出発して、割れ目の伝播速度を導き出したいところである。（竹内・菊地、割れ目の伝播に関するコストロフの理論について、1971）



- (1)一旦始まった破壊の加速過程と終端速度
- (2)破壊停止に必要なエネルギーの見積り

Mode IIIのみ
有限サイズの亀裂

亀裂伝播の理論的研究

- 自発的な破壊の進展 (数値解: 有限亀裂、パラメタ不均質、構成則)

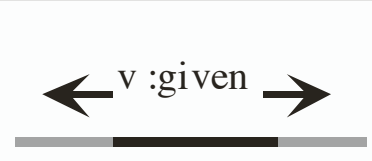
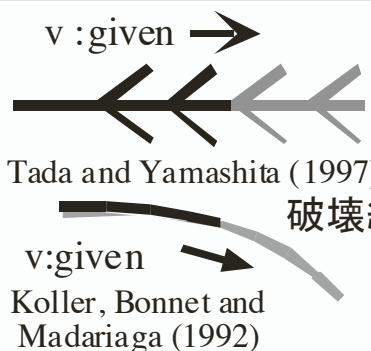
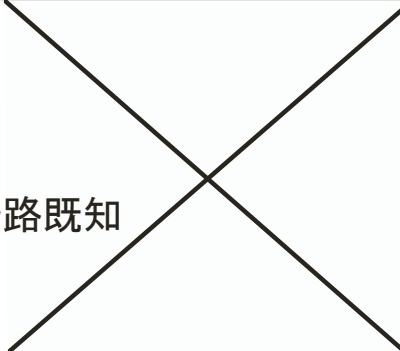
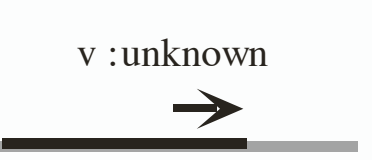

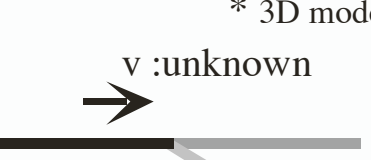
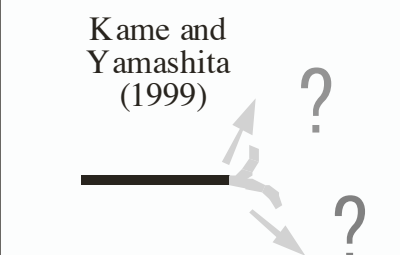
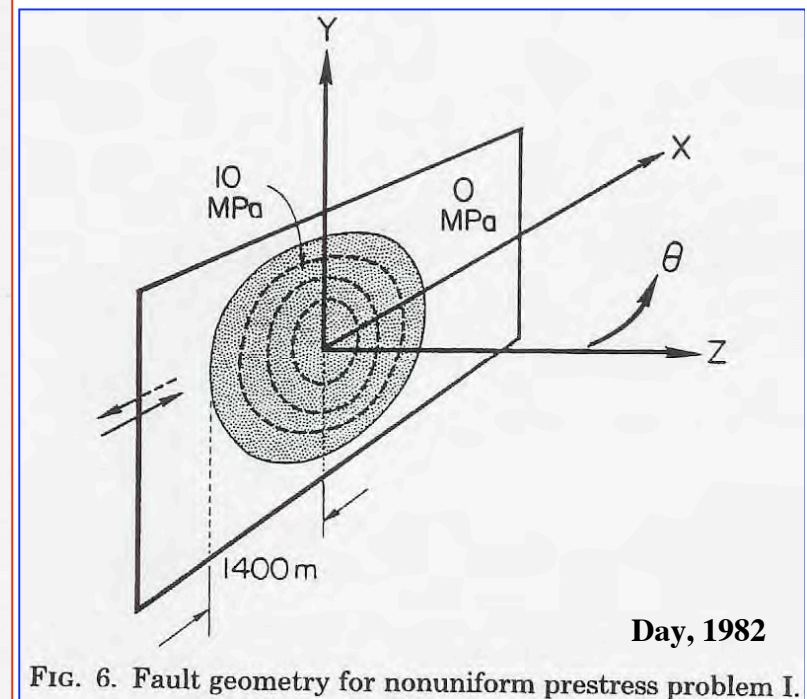
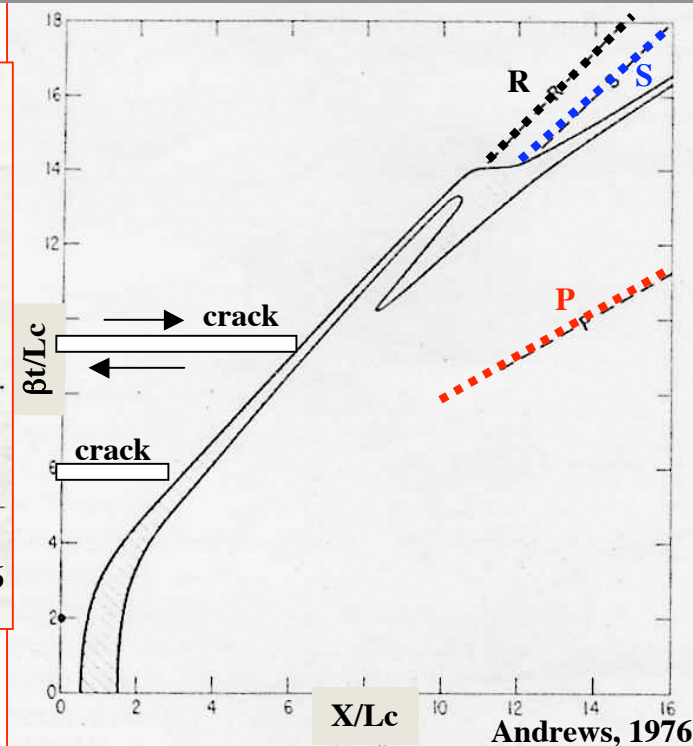
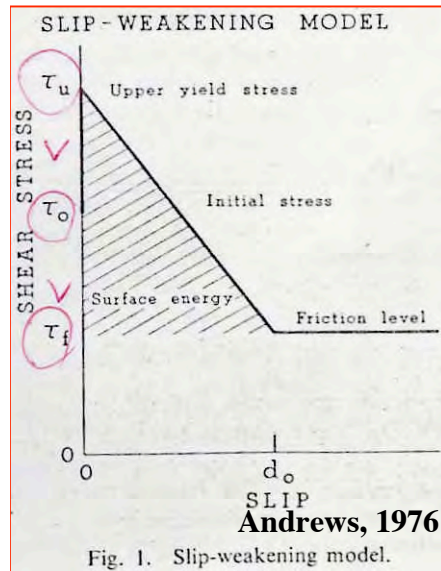
	平面形状	非平面形状	
		破壊形状既知	破壊形状未知
破壊速度 既知の 亀裂伝播 問題 v :given	 <p>v:given</p> <p>e.g., Kostrov (1964)</p>	 <p>v:given</p> <p>Tada and Yamashita (1997)</p> <p>v:given</p> <p>Koller, Bonnet and Madariaga (1992)</p> <p>破壊経路既知</p>	
自発的な 亀裂伝播 問題 v :unknown	 <p>v:unknown</p> <p>e.g., Kostrov (1966)</p>  <p>e.g., Das and Aki (1977)</p>	 <p>* 3D model</p> <p>v:unknown</p> <p>Aochi, Fukuyama and Matu'ura (2000)*</p> <p>破壊経路未知</p>	 <p>Kame and Yamashita (1999)</p> <p>破壊形状未知</p>

表: せん断型亀裂の動的破壊伝播問題 v :rupture velocity

自発的な破壊の進展（数値解：有限亀裂、不均質、構成則）

- Andrews, 1976, 境界要素法, 2次元
断層構成則、応力有限モデルでsuper-shearに到達
- Das and Aki, 1977, 境界要素法, 2次元
破壊強度の不均質、バリアーによる破壊停止
- Mikumo, 1978; Day, 1982, 有限差分法, 3次元
初期応力・破壊強度の不均質、3次元有限断層面上の破壊

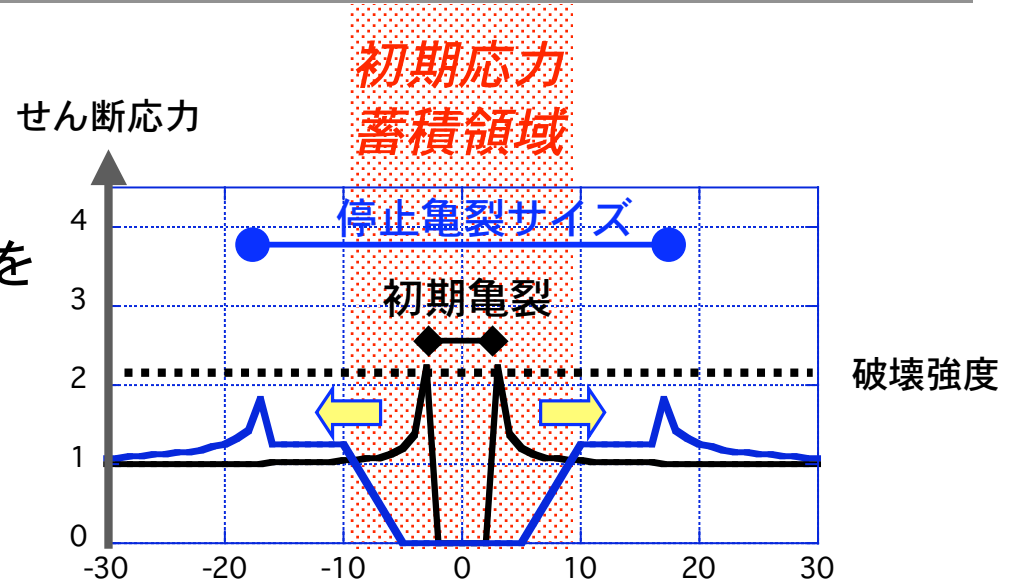


地震の力学モデル (c)破壊の停止

初期応力分布の不均質性

- 初期応力が加わっている領域を全て破壊しつくして止まる

大地震直前に小地震発生

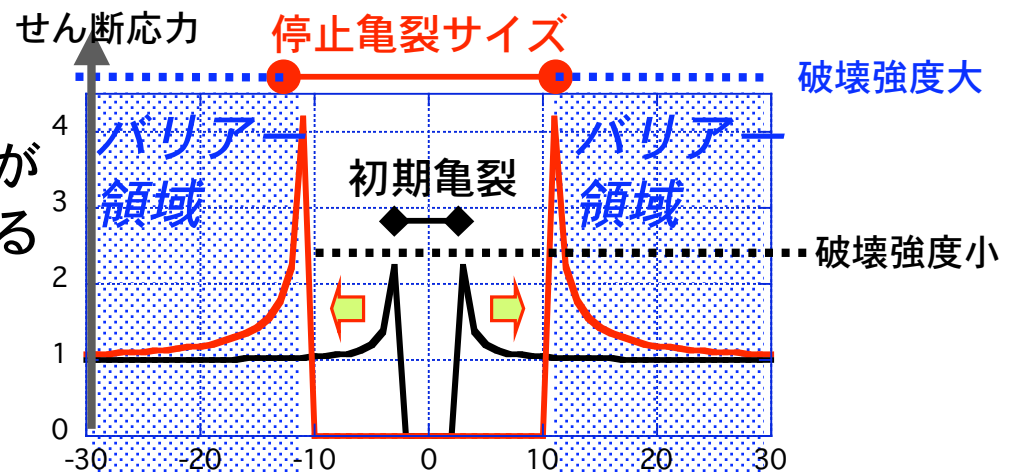


破壊強度分布の不均質性

- 破壊強度が局所的に高く、亀裂が進むことが出来ない領域で止まる
- 非常に大きな強度が必用

実験室 10^{-2} - 10^4 J/m²

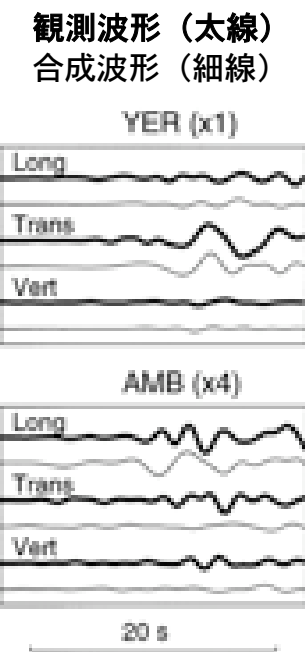
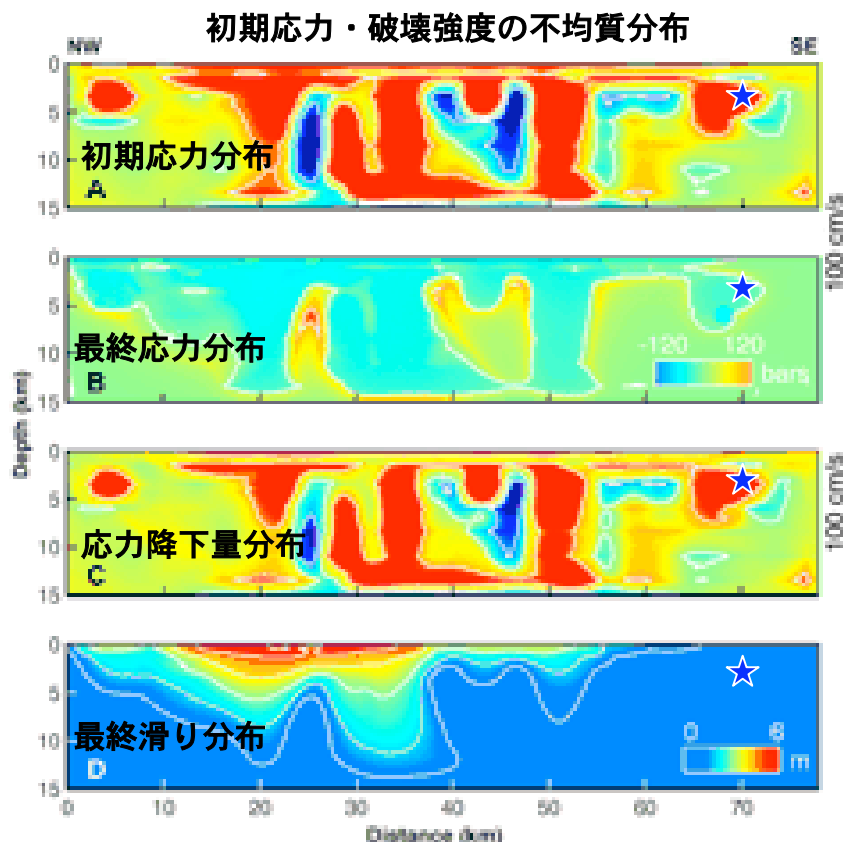
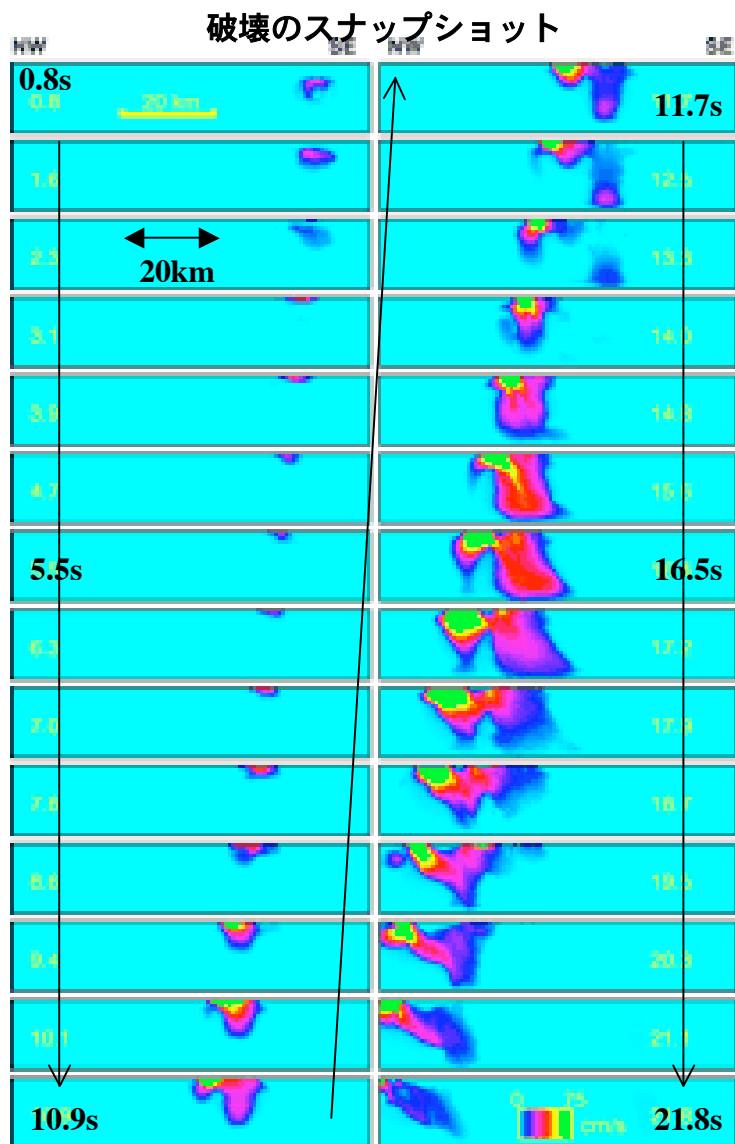
大地震 10^6 J/m²



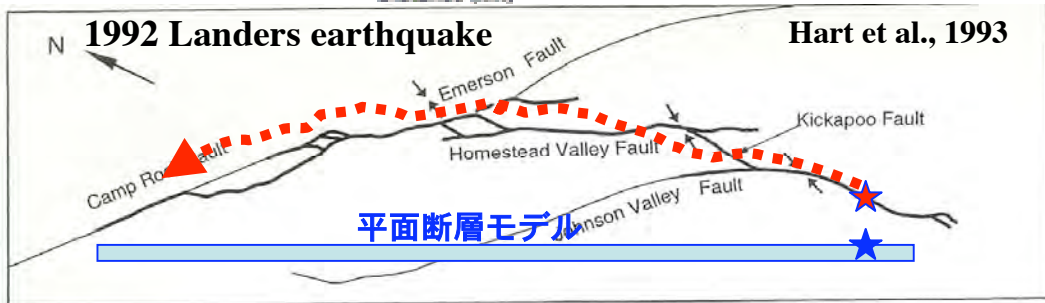
地震のモデル：破壊をなんとか止める

1970年代～：波形の逆解析の発展

結果を解釈する破壊パラメタ不均質性：物理的実体？



Olsen, Madariaga & Archuleta, 1997

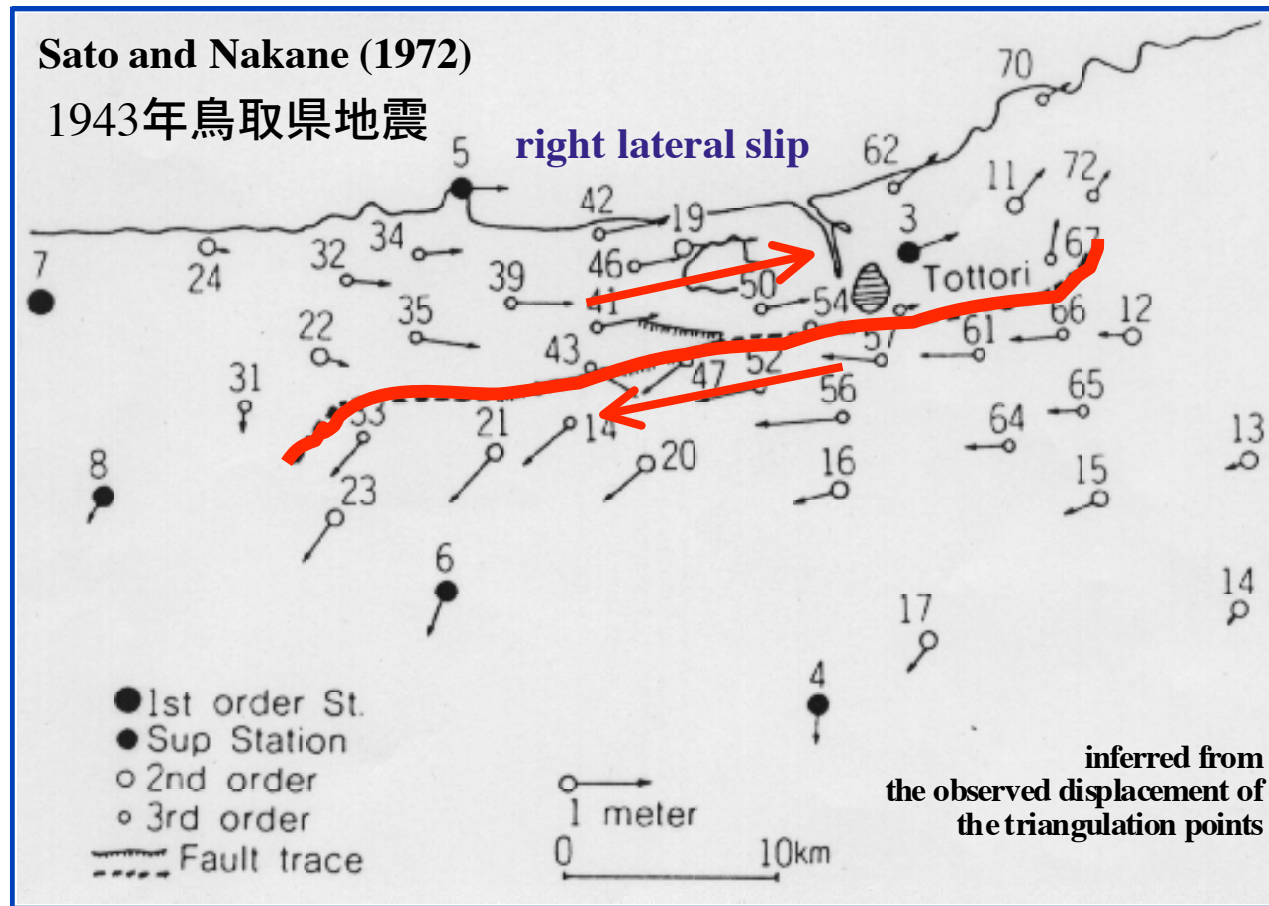


地震の大きさの観測データ

- **ゲーテンベルグ・リヒターの公式**
 - マグニチュードが1大きくなる毎に発生地震の数は10分の1に減る
 - 発生地震の数
 - M 3、 10000回（断層長およそ0.4 km）
 - M 4、 1000回
 - M 5、 100回
 - M 6、 10回
 - M 7、 1回（断層長およそ40 km）

地震はすぐに止まるものが圧倒的に多い


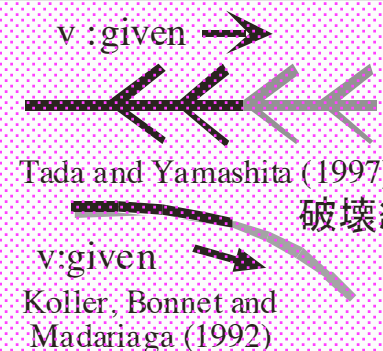
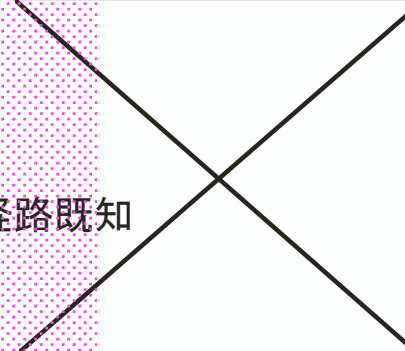
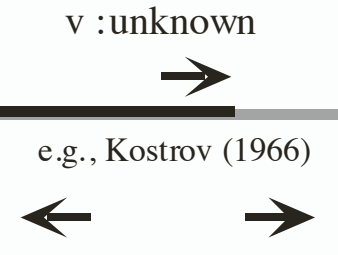
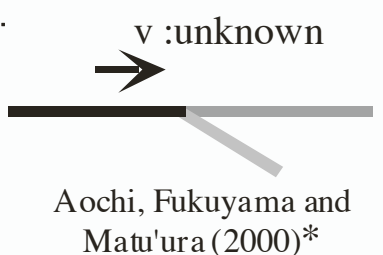
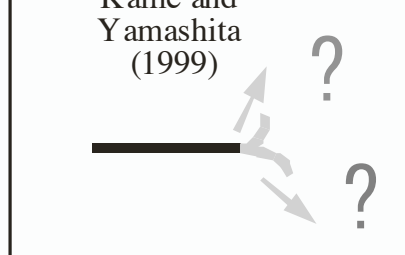
では、地震はどのように止まるのだろうか？



1943年鳥取県地震の推定断層面：平面からのわずかなズレ

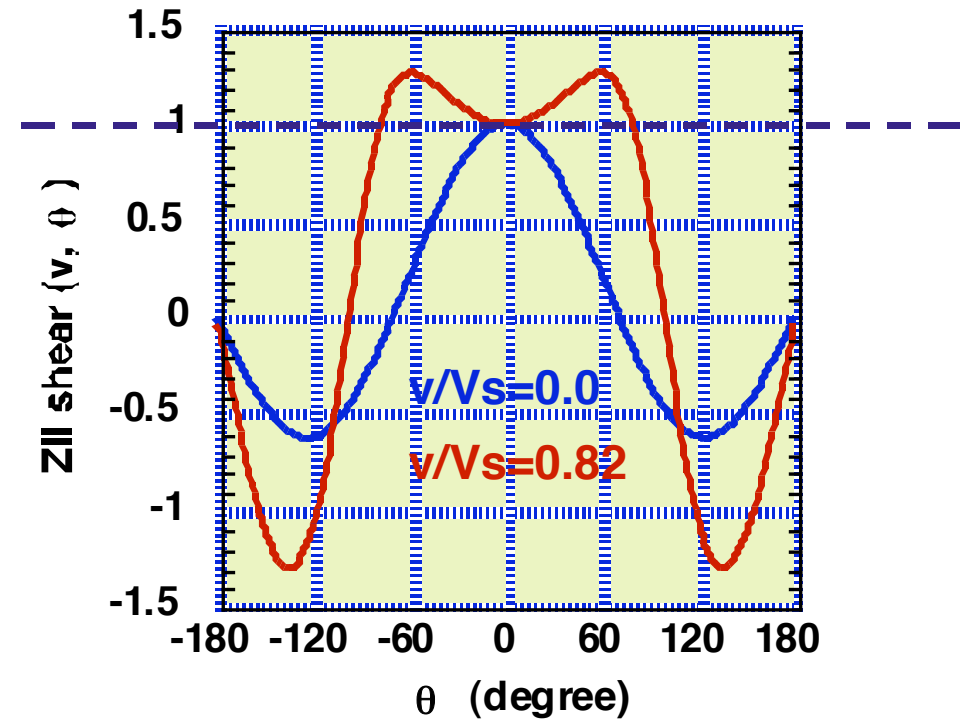
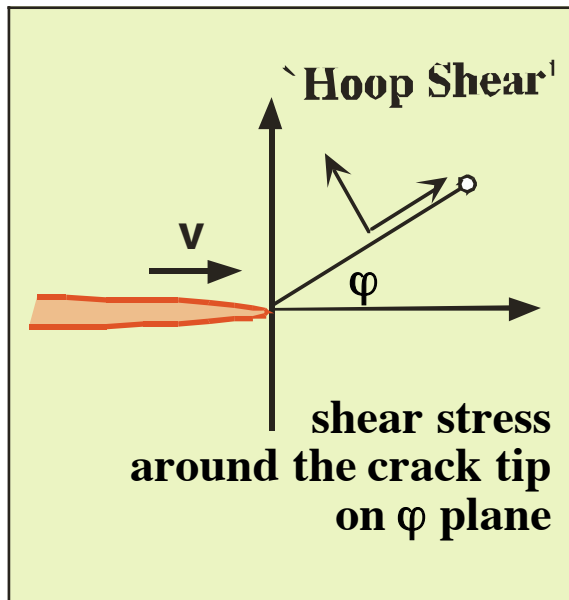
亀裂伝播の理論的研究

- 非平面形状の破壊計算法の開発 (数値解)

	平面形状	非平面形状	
		破壊形状既知	破壊形状未知
破壊速度 既知の 亀裂伝播 問題 v :given	 <p>e.g., Kostrov (1964)</p>	 <p>Tada and Yamashita (1997) 破壊経路既知 Koller, Bonnet and Madariaga (1992)</p>	
自発的な 亀裂伝播 問題 v :unknown	 <p>e.g., Kostrov (1966) e.g., Das and Aki (1977)</p>	 <p>* 3D model Aochi, Fukuyama and Matu'ura (2000)* 破壊経路未知</p>	 <p>Kame and Yamashita (1999) 破壊形状未知</p>

表：せん断型亀裂の動的破壊伝播問題 v :rupture velocity


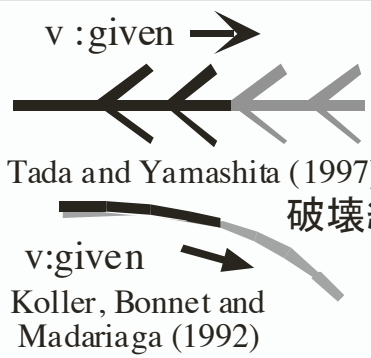
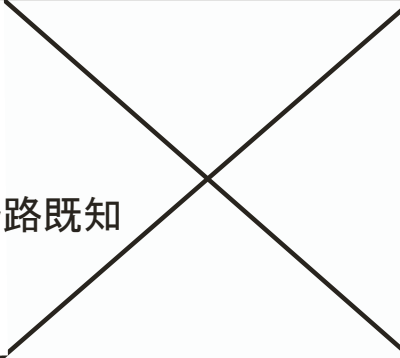
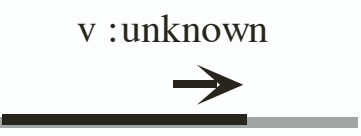

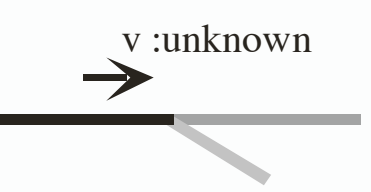
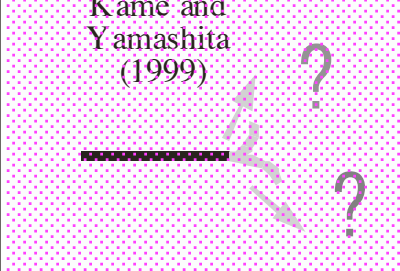
破壊は曲がろうとする：Yoffeの理論(1951)



- 破壊速度大→最大せん断周応力の方向が平面外へずれる

亀裂伝播の理論的研究

複雑な破壊面を作り出す計算法の開発 (数値解)

	平面形状	非平面形状	
	破壊形状既知		破壊形状未知
破壊速度 既知の 亀裂伝播 問題 v :given	 <p>e.g., Kostrov (1964)</p>	 <p>Tada and Yamashita (1997) 破壊経路既知 Koller, Bonnet and Madariaga (1992)</p>	
自発的な 亀裂伝播 問題 v :unknown	 <p>e.g., Kostrov (1966)</p>  <p>e.g., Das and Aki (1977)</p>	 <p>* 3D model Aochi, Fukuyama and Matu'ura (2000)* 破壊経路未知</p>	 <p>Kame and Yamashita (1999) 破壊形状未知</p>

表：せん断型亀裂の動的破壊伝播問題 v :rupture velocity

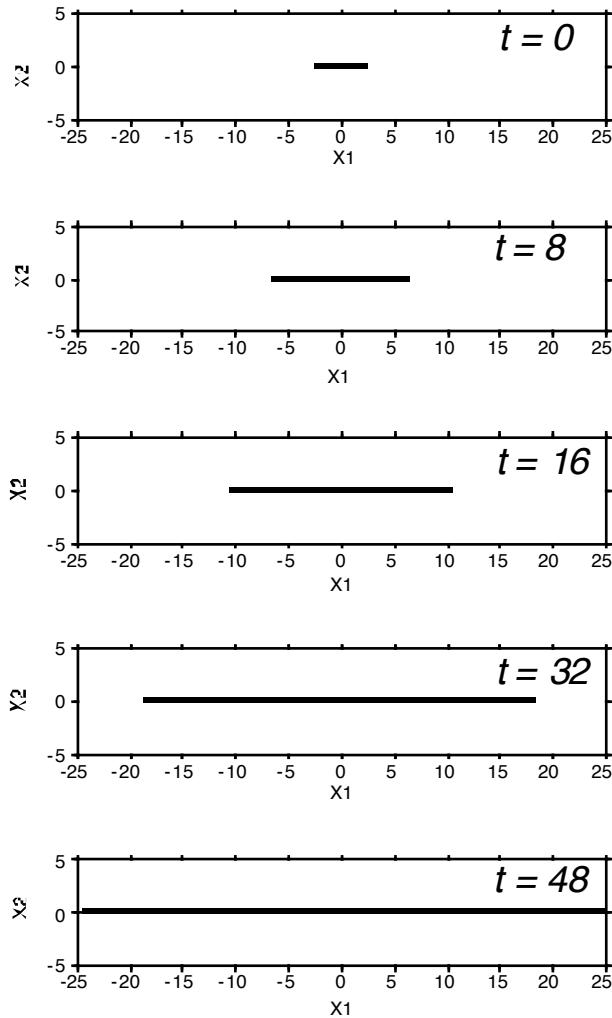
断層面形状の複雑化を考慮に入れた地震破壊ダイナミクス の理論的研究

九州大学 亀 伸樹

従来の破壊の理論

亀裂の動的成長のシミュレーション

本研究



破壊の開始

加速する

加速する

速度を
増す

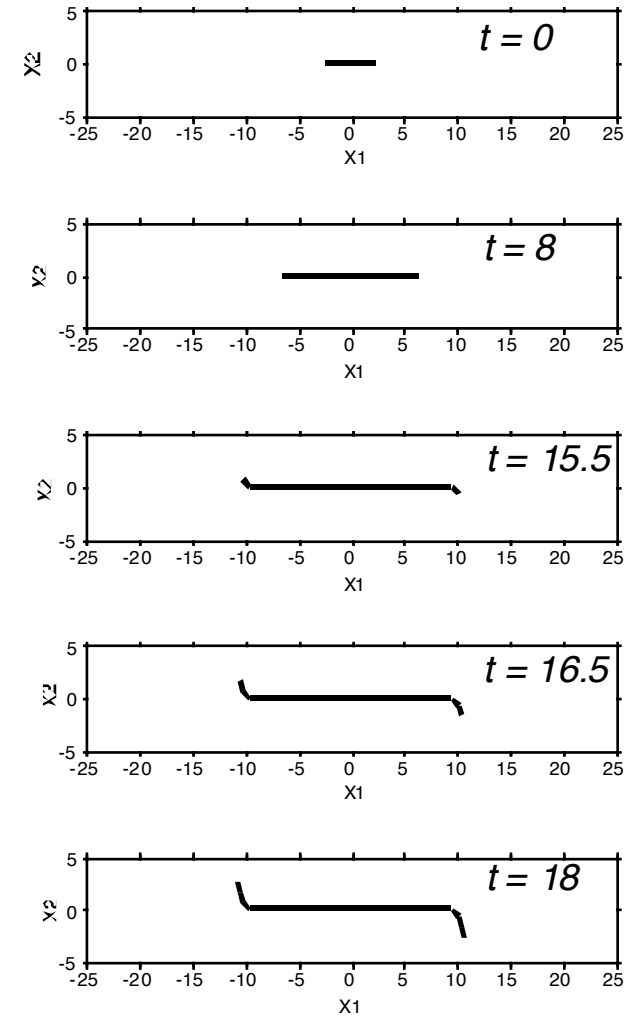
曲がり
始める

最高速度
に達する

角度を
増す

決して
止まらない

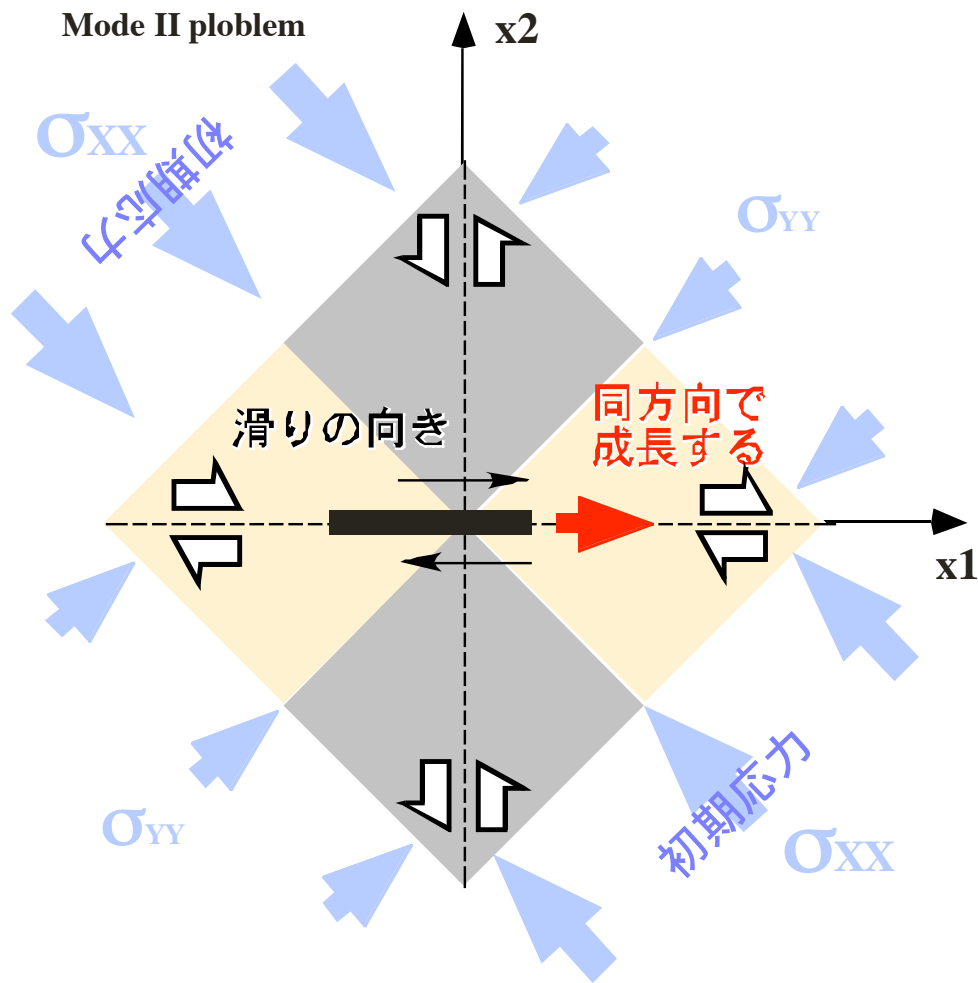
破壊が
止まる



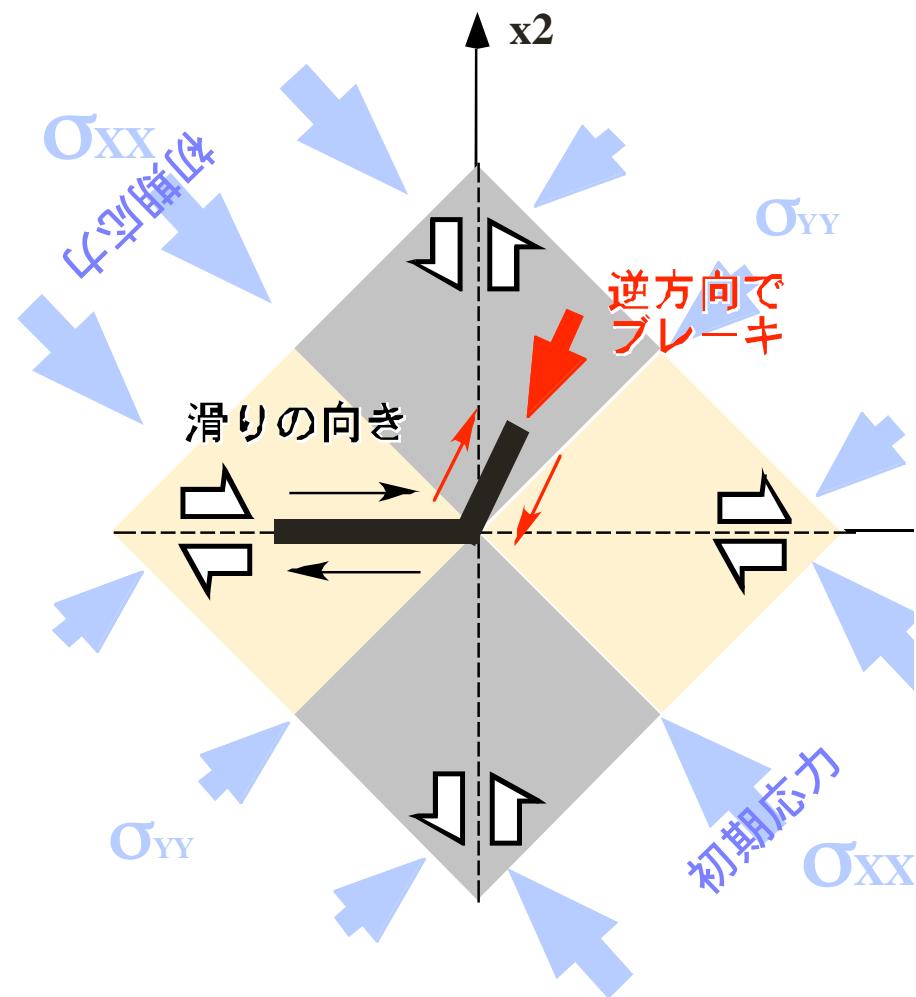
(1) Kame & Yamashita, *GRL*, 1999a (2) Kame & Yamashita, *GJI*, 1999b


破壊が止まるメカニズム

最初は順調



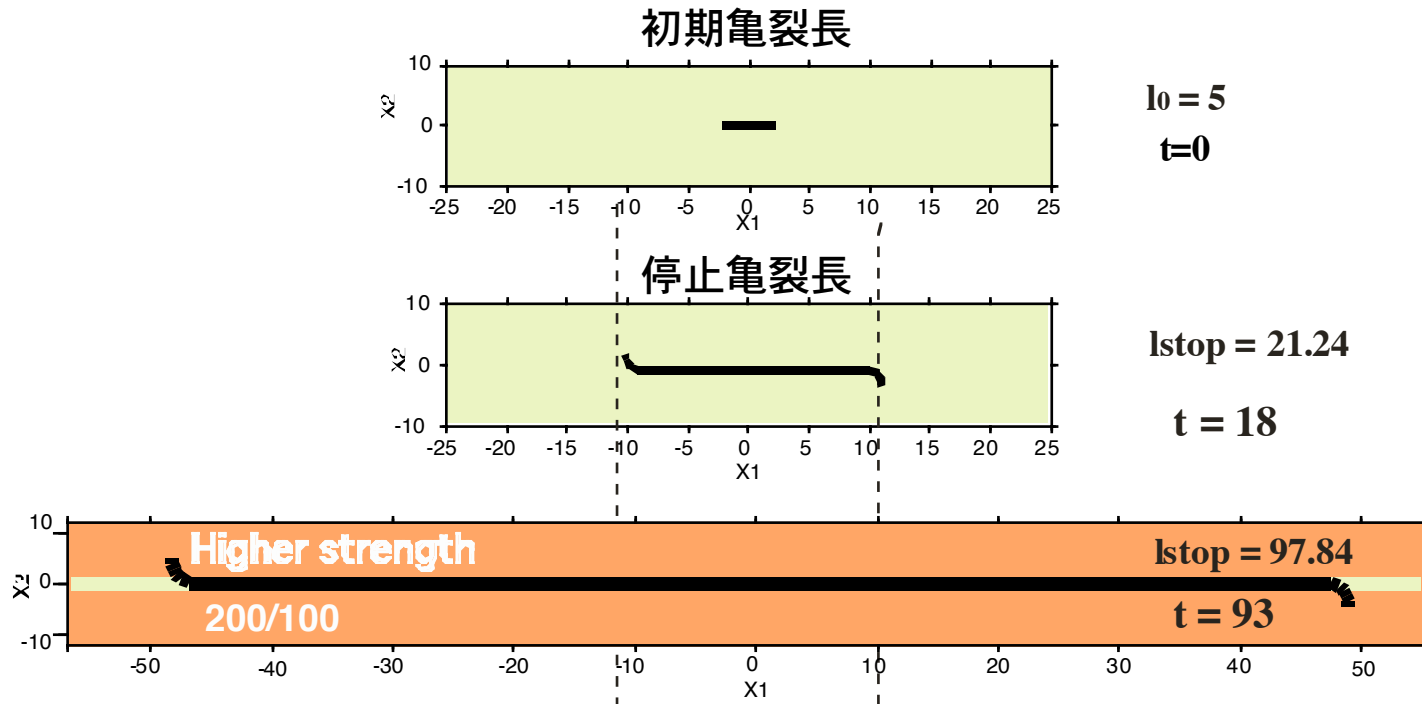
断層曲がるとブレーキ



 : 初期応力を解放するすべりの向き

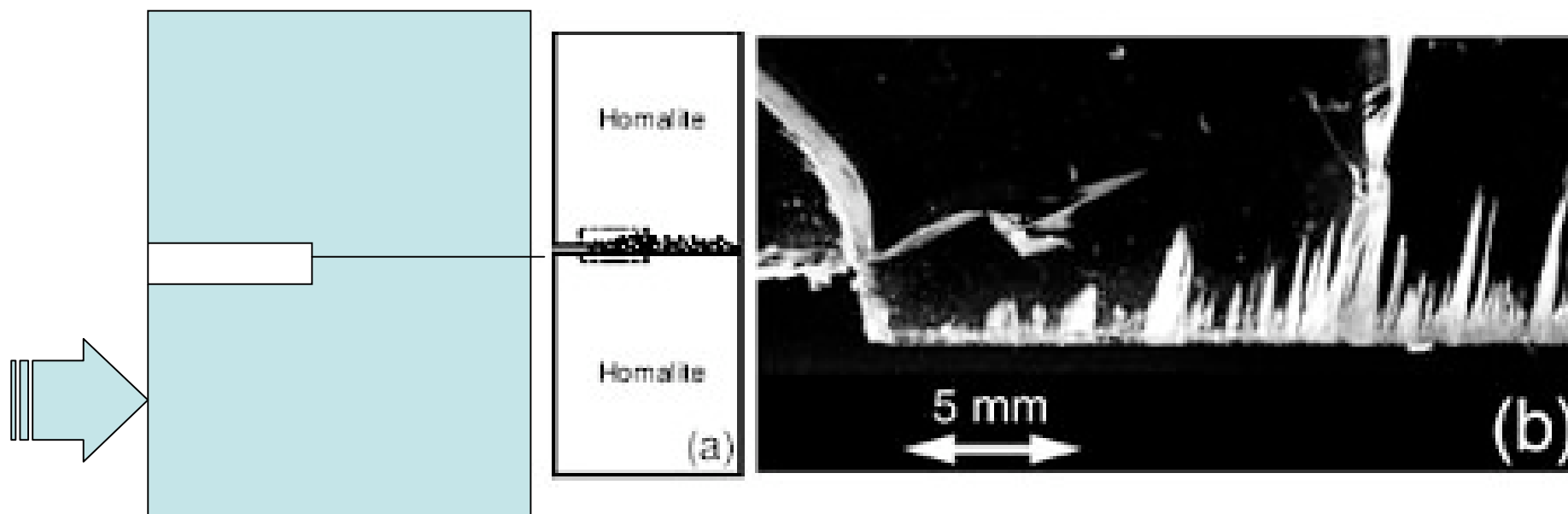
大地震発生の条件

- 断層帯のモデル：既存の弱面の存在



Kame & Yamashita, *GRL*, 1999

破壊の室内実験

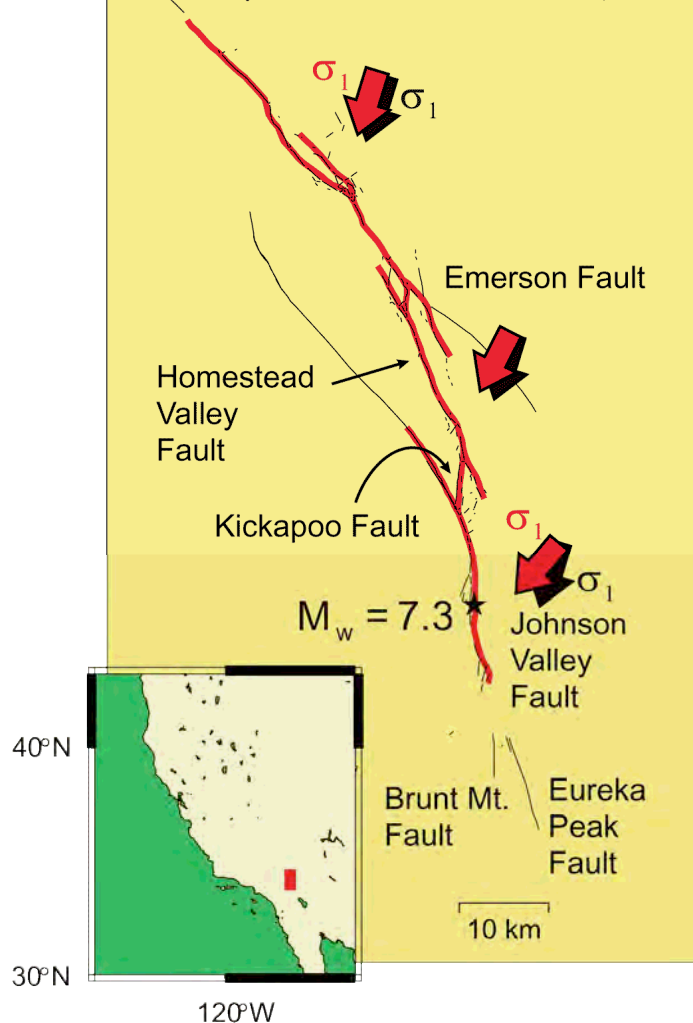


- 理論値よりかなり遅い破壊速度
- まっすぐに進まない

より現実的な地震のモデルへ

the 1992 Landers earthquake

Camp Rock Fault Hart et al., 1993



• 破壊面形状を考慮した動力学モデルへ


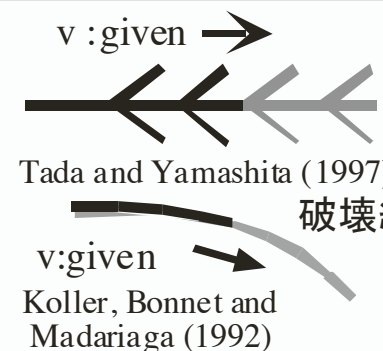
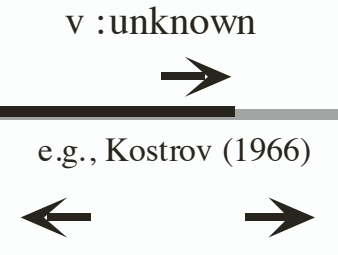
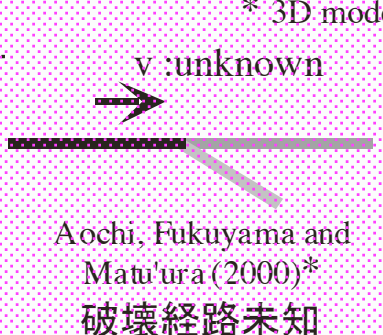
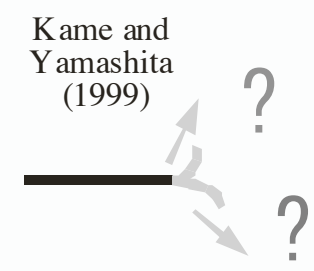
断層帯：幾何的複雑さ

分岐、屈曲、飛びの**既存弱面**の集合体

→破壊の進展・停止 + **経路の選択**

亀裂伝播の理論的研究

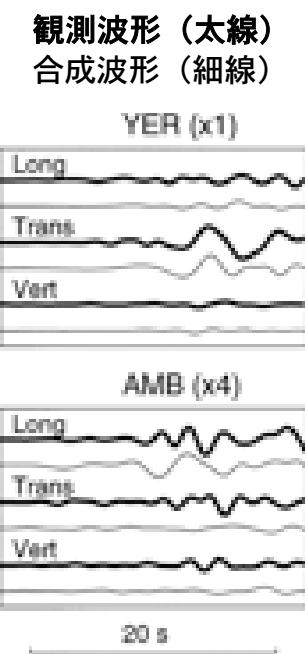
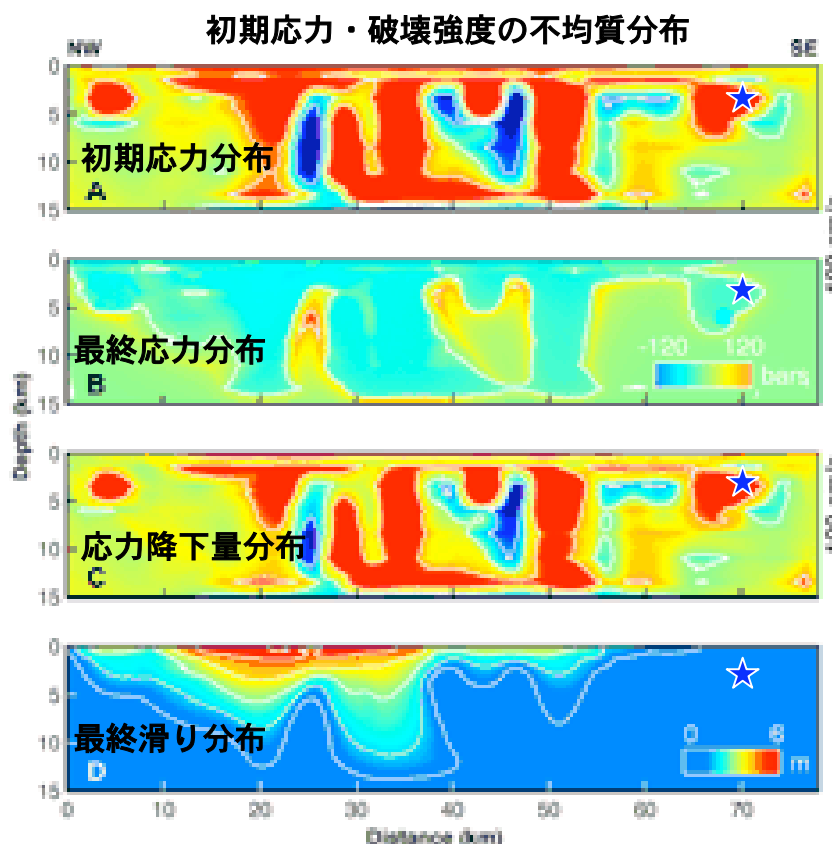
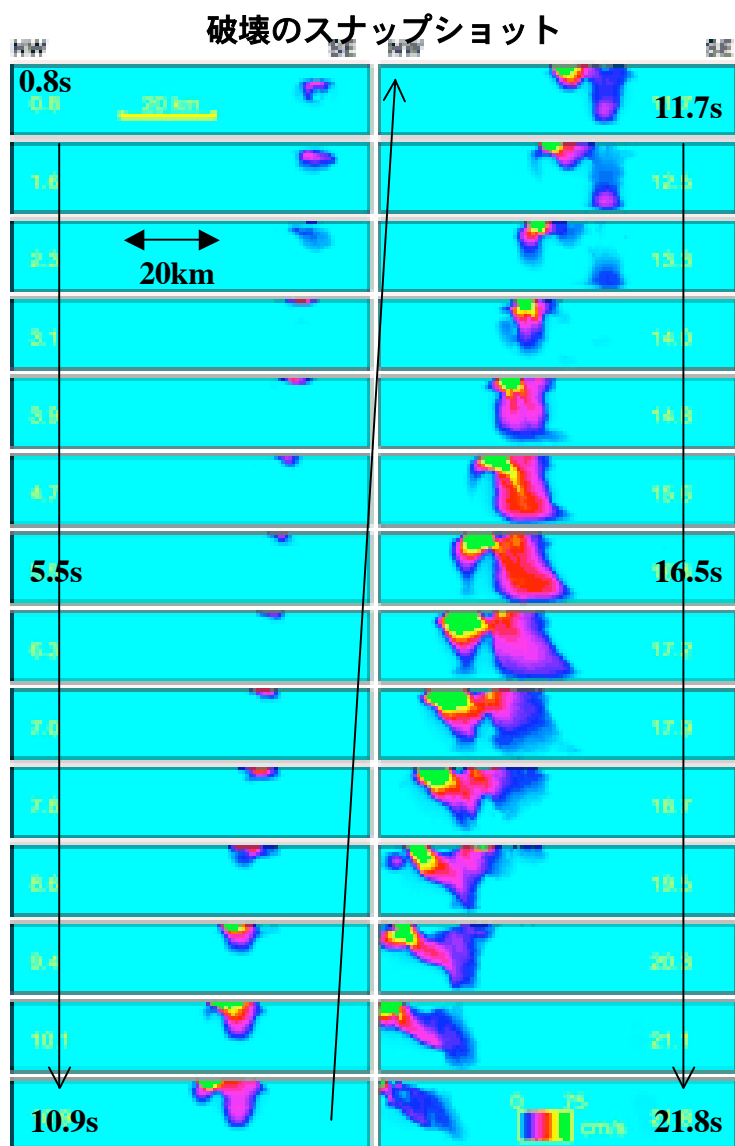
- 現実的な破壊面形状の3次元モデル (数値解)

	平面形状	非平面形状	
		破壊形状既知	破壊形状未知
破壊速度 既知の 亀裂伝播 問題 v :given	 e.g., Kostrov (1964)	 Tada and Yamashita (1997) Koller, Bonnet and Madariaga (1992) 破壊経路既知	X
自発的な 亀裂伝播 問題 v :unknown	 e.g., Kostrov (1966) e.g., Das and Aki (1977)	 * 3D model Aochi, Fukuyama and Matu'ura (2000)* 破壊経路未知	 Kame and Yamashita (1999) 破壊形状未知

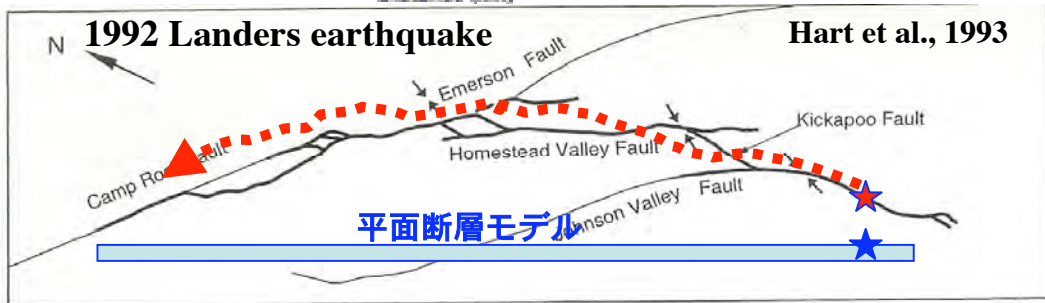
表：せん断型亀裂の動的破壊伝播問題 v :rupture velocity

1980年代～：波形の逆解析の発展

観測波形・自発的破壊過程を再現する破壊パラメタ不均質性

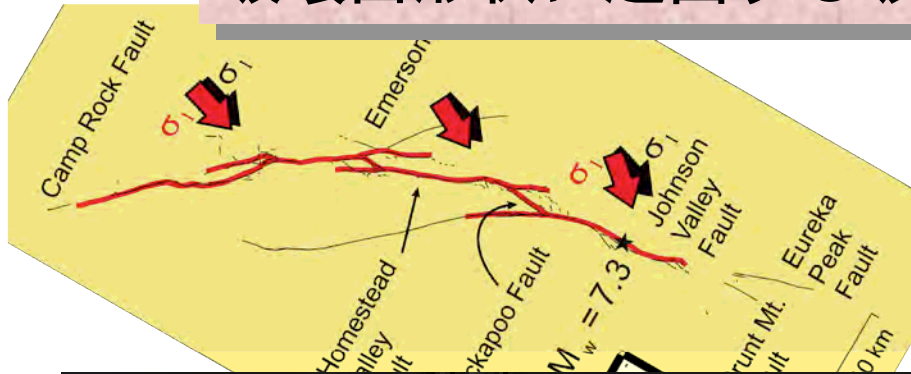


Olsen, Madariaga & Archuleta, 1997



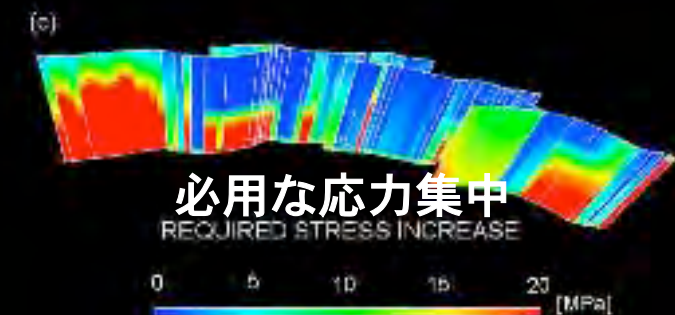
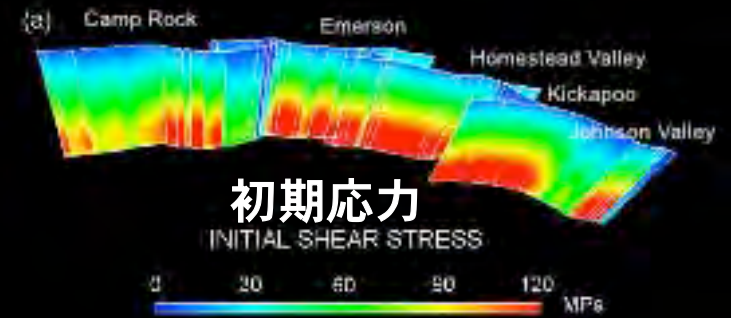
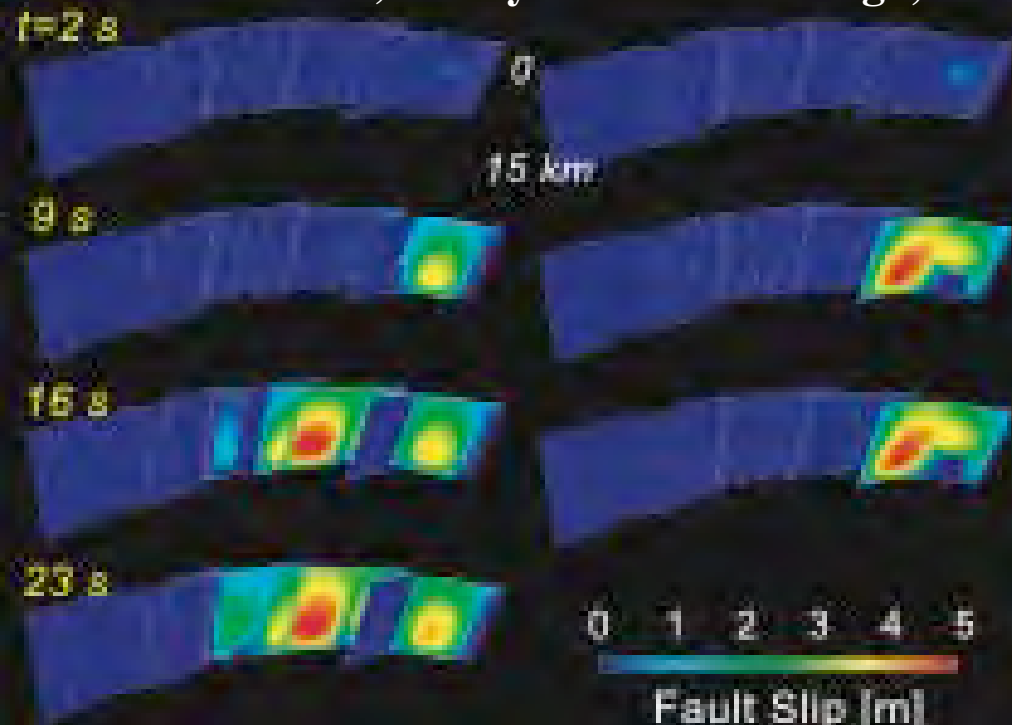
破壊面形状の効果を取り入れたモデル

破壊面形状に起因する破壊パラメタ不均質性



破壊のスナップショット

Aochi, Fukuyama & Madariaga, 2003



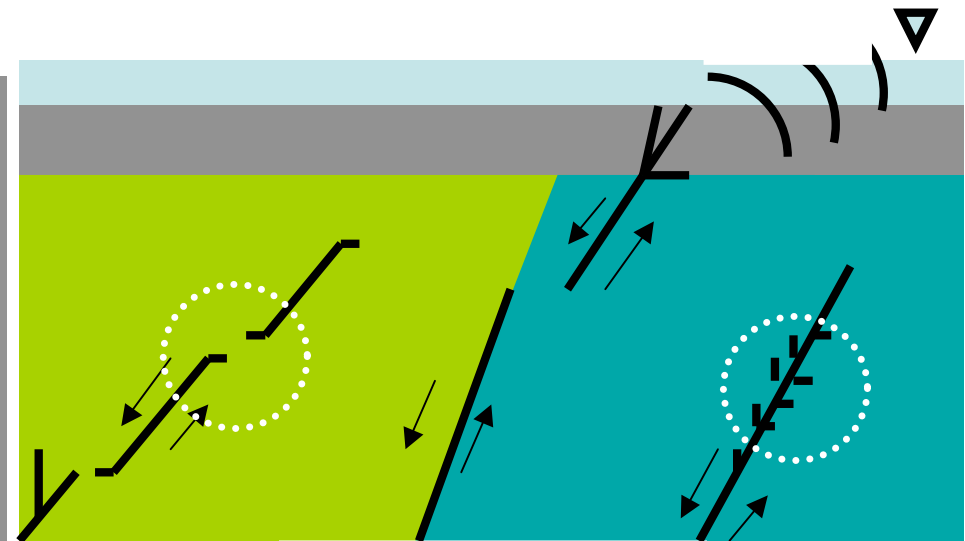
亀裂伝播の理論的研究：形の次は？未来の破壊計算

•媒質の不均質（弾性定数、密度）

- 構造不均質に起因する破壊の力学現象
 - 媒質境界に沿った破壊（法線応力変化）
 - 異なる媒質をまたぐ破壊（分岐、屈曲）

•破壊面が自己選択される

- 既存の弱面の終端を越えた破壊
 - 断層系（弱面）の発達過程
 - 大地震の発生条件
- 既存の弱面の側方破壊
 - Super-shear ruptureが可能な条件



•地震動を同時に計算

- 破壊と地震動の全予測

亀裂伝播の理論的研究と地震学

(1) 解析解の時代

- 2D一定速度の解析解：Kostrov, 1966
- 2D自発的破壊進展の解析解（半無限）：Kostrov, 1968

(2) 数値解の時代（平面モデル＋破壊パラメタの不均質）

- 2D滑り弱亀裂の数値解：Andrews, 1976
- 破壊強度の不均質、2Dバリアーモデル：Das & Aki, 1977
- アスペリティの破壊、3D平面断層：Day, 1982

※この間、波形逆解析から運動学的モデルの構築が盛んになる

(3) 非平面モデルの時代（破壊面形状の観点）

- 2D非平面形状亀裂の定式化：Tada & Yamashita, 1997
- 破壊面が複雑化する2D破壊計算法：Kame & Yamashita, 1999
- 3D複雑形状既存弱面モデル：Aochi, Fukuyama & Matsu'ura, 2000

(4) 未来の破壊計算法

- 媒質の不均質（弾性定数、密度）が入れられる
- 破壊面が進むべき方向に進むことができる
- 結果として生じる地震動が同時に計算できる