

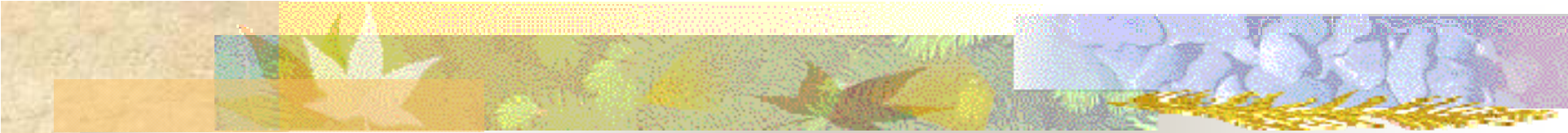
固気二相流の数値解析について



室蘭工業大学機械システム工学科

齋藤 務

東京大学地震研究所 2008年11月10日



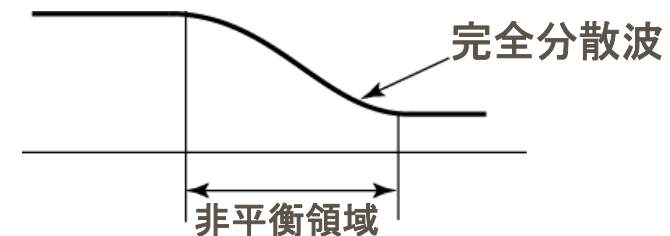
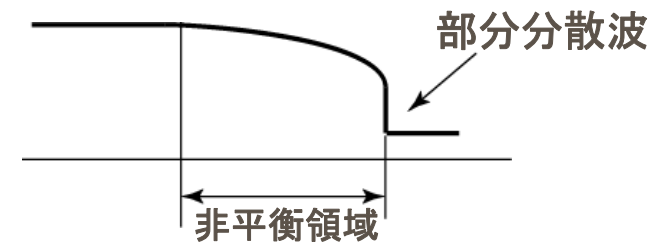
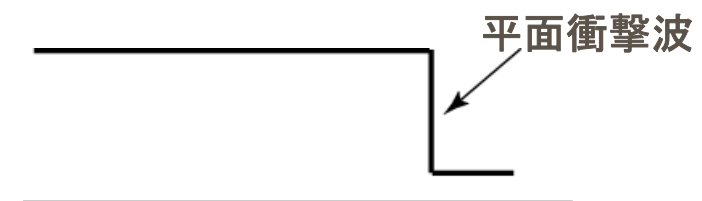
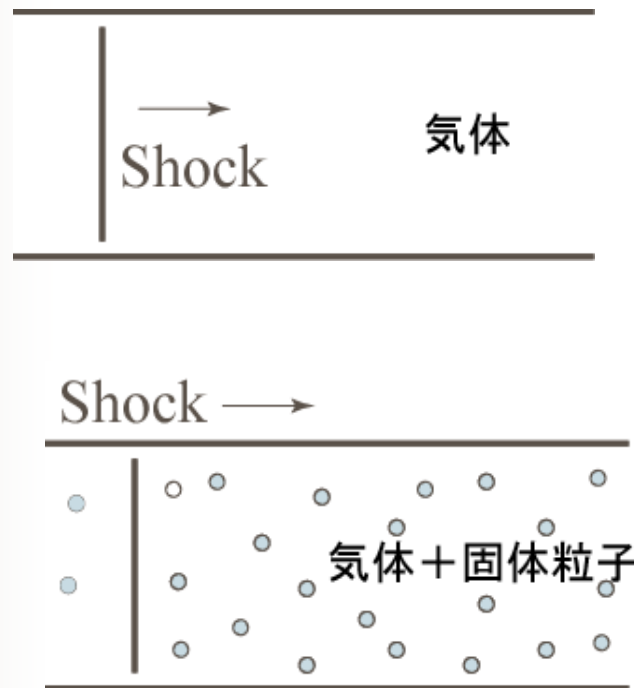
発表内容

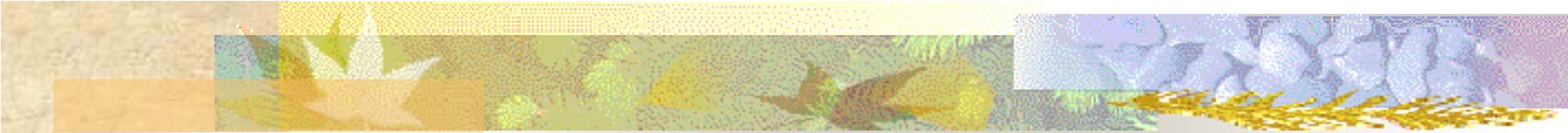
1. 固気2相流 (dusty gas) : 概要
2. 基礎方程式
3. 数値計算法
4. 数値計算例
5. 計算上の問題点

固気2相流 (dusty gas flow) 中の衝撃波

- 固気2相間での運動量, エネルギー(熱)交換

→ 完全あるいは部分的分散波面 + 非平衡領域



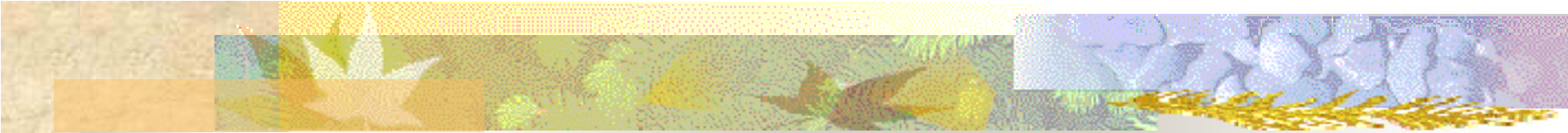


適用:

- ロケット 固体燃料
- ソニックブームの減衰
- 噴煙(火砕サージ)

数値計算上の課題:

- 非定常抵抗係数
- 粒子径分布
- 高粒子密度
- 固体壁での反射



計算上の主な仮定

1. 気体は完全気体
2. 固体粒子は球状
3. 粒径は一様
4. 固体粒子の数密度大, 粒子間衝突は無し
5. 固体粒子の体積は無視
6. 粘性と熱伝導は固気両相間でのみ考慮

基礎方程式

Conservation laws of mass, momentum and total energy of both the gas and particles (Miura & Galss 1982):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 + p) = -\frac{\sigma}{m}D, \quad (2)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\{u(E + p)\} = -\frac{\sigma}{m}(u_d D + Q), \quad (3)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\sigma u_d) = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\sigma u_d) + \frac{\partial}{\partial x}(\sigma u_d^2) = \frac{\sigma}{m}D, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u_d \Omega) = \frac{\sigma}{m}(u_d D + Q), \quad (6)$$

The thermally perfect equation of state for the gas with the gas constant R :

$$p = \rho R T$$

ダスティーガスモデル

D : drag force

Q : heat transfer rate

$$D = \frac{1}{8} \pi d^2 \rho (u - u_d) |u - u_d| C_d,$$

$$Q = \pi d \mu C_p P_r^{-1} (T - \Theta) N_u,$$

C_d : drag coefficient

N_u : Nusselt number

C_p : specific heat of the gas at constant pressure

R_e : particle Reynolds number

$$C_D = 0.46 + 28 R_e^{-0.85},$$

$$N_u = 2.0 + 0.6 P_r^{\frac{1}{3}} R_e^{\frac{1}{2}},$$

$$R_e = \rho d |u - u_d| / \mu,$$

The viscosity and the thermal conductivity of the gas (Air):

$$\mu = 1.71 \times 10^{-5} (T/273)^{0.77} \text{ Nsm}^{-2}$$

$$P_r = 0.75$$

ダスティーガスモデル(続き)

Ratio of specific heats

$$\beta = C_m / C_v$$

Ratio of mass concentration

$$\alpha = \sigma_{ref} / \rho_{ref} \quad \left(= \sigma_1 / \rho_1 \right)$$

Characteristic length

$$l = \frac{8m}{\pi \rho_{ref} d^2} = \frac{3}{4} \frac{\sigma_{ref}}{\rho_{ref}} d \quad \left(= \frac{3}{4} \frac{\sigma_1}{\rho_1} d \right)$$

Typical crown glass

$$\sigma_1 = 2.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_1 = 1.23 \text{ kg}^3/\text{m}$$

d (μm)	l (cm)
10	2.72
20	5.44
40	10.9

計算法

演算子分割法: 気相と固相の時間変化を独立に計算した後,
両者の相互干渉を計算する.
→ 両相に対し異なる計算法を使える.

気相の計算

- (1) ランダムチョイス法 (1次元)
- (3) Harten-Yee のTVD スキーム
- (4) WAF 法 (近似リーマン解, HLLC Riemann solver等)

固相の計算

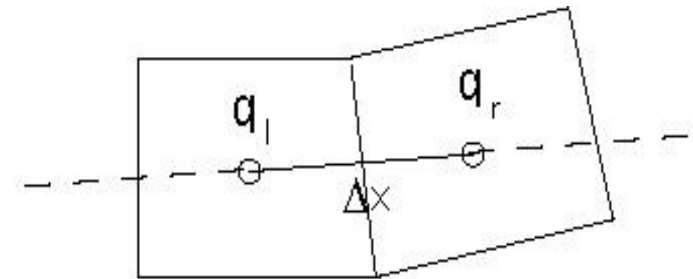
- (1) 計算セル内でデータの再構成を行い,基礎式を時間積分する.
(三浦の方法)
- (2) 計算セル内のデータは一様であるとしてセル界面の
Riemann解を求めて数値流束を求める方法.

固相の計算(三浦の方法)

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial(\sigma v)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \Theta}{\partial t} + v \frac{\partial \Theta}{\partial x} = 0$$

$$q = (q_r - q_l) \frac{x}{\Delta x} + \frac{1}{2}(q_r + q_l)$$

$$q : v, \Theta, \sigma$$

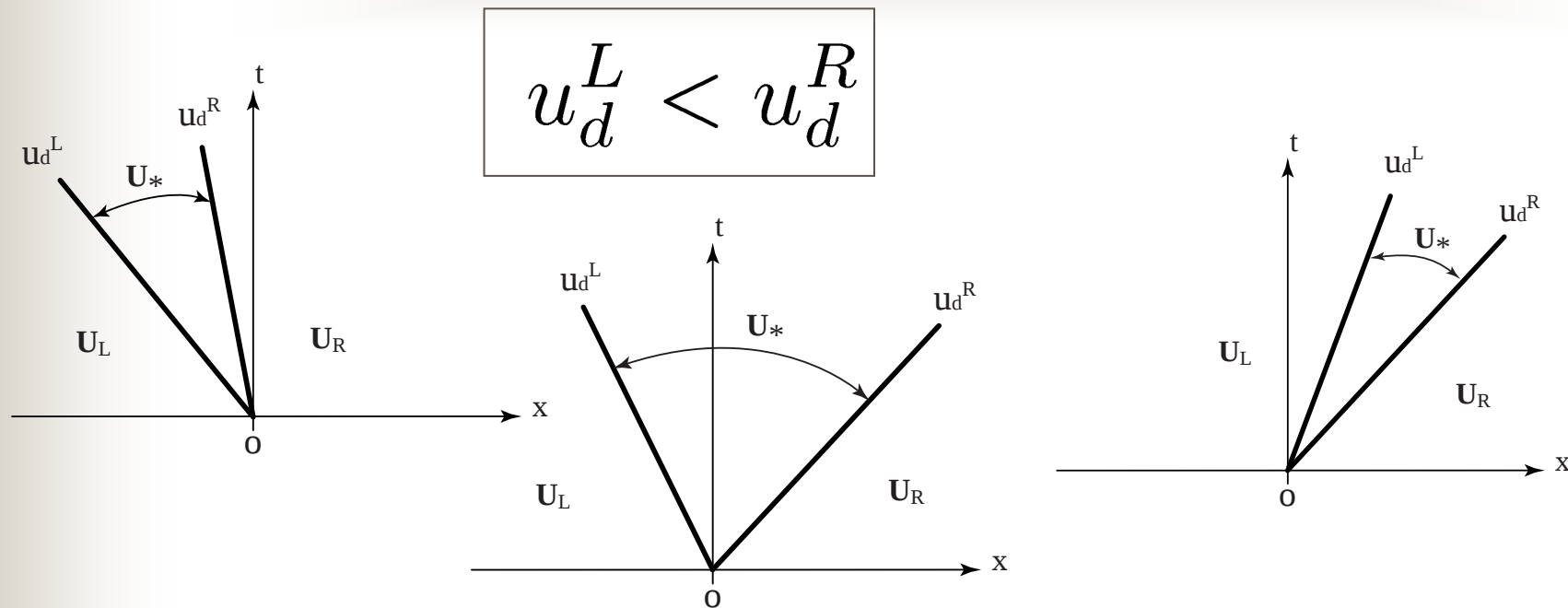


$$v = \{\Delta x + (v_r - v_l)t\}^{-1} \{(v_r - v_l)x + \frac{1}{2}\Delta x(v_r + v_l)\},$$

$$\Theta = \{\Delta x + (v_r - v_l)t\}^{-1} \{(\Theta_r - \Theta_l)x + \frac{1}{2}\Delta x(\Theta_r + \Theta_l) + (\Theta_l v_r - \Theta_r v_l)t\},$$

$$\sigma = \Delta x \{\Delta x + (v_r - v_l)t\}^{-2} \{(\sigma_r - \sigma_l)x + \frac{1}{2}\Delta x(\sigma_r + \sigma_l) + (\sigma_l v_r - \sigma_r v_l)t\},$$

固相の計算: Riemann 解の利用



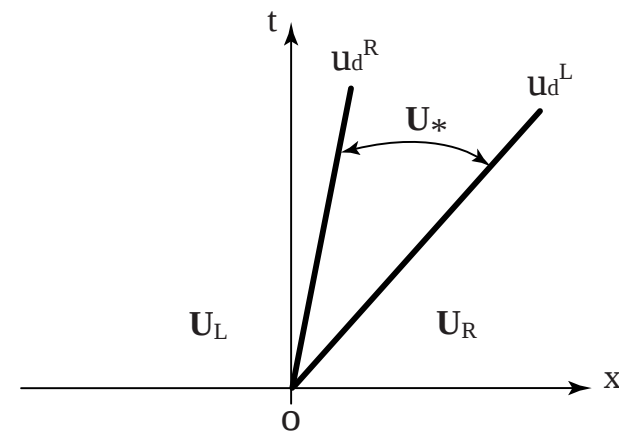
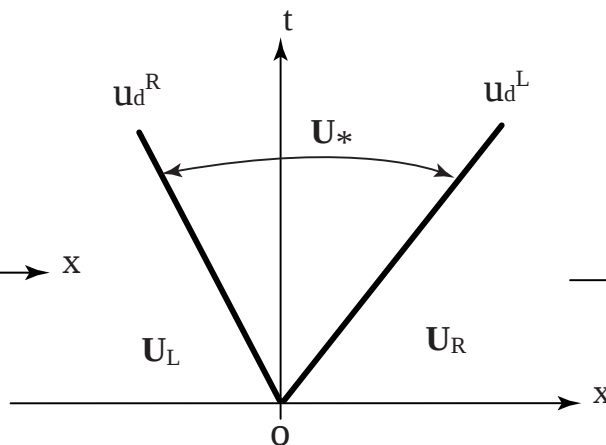
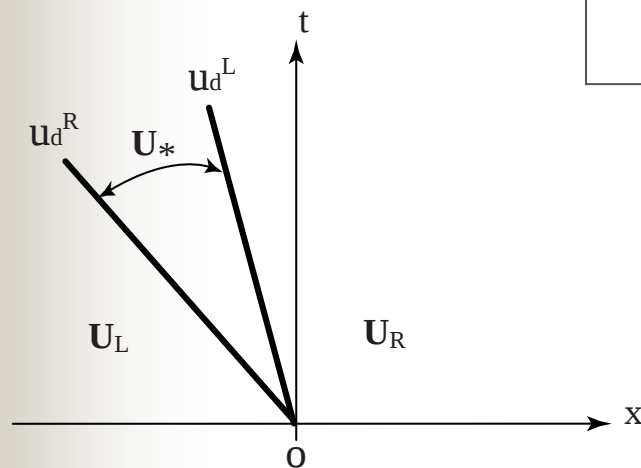
$$U(x, t) = \begin{cases} U_L, & \text{if } x/t < u_d^L; \\ U_*, & \text{if } u_d^L < x/t < u_d^R; \\ U_R, & \text{if } x/t > u_d^R, \end{cases}$$

$$U_* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

真空

固相の計算: Riemann 解の利用 (続き)

$$u_d^L \geq u_d^R$$



$$U(x, t) = \begin{cases} U_L, & \text{if } x/t < u_d^R; \\ U_*, & \text{if } u_d^R < x/t < u_d^L; \\ U_R, & \text{if } x/t > u_d^L, \end{cases} \quad U_* = \begin{pmatrix} \sigma^L + \sigma^R \\ \sigma^L u_d^L + \sigma^R u_d^R \\ \Omega^L + \Omega^R \end{pmatrix}.$$

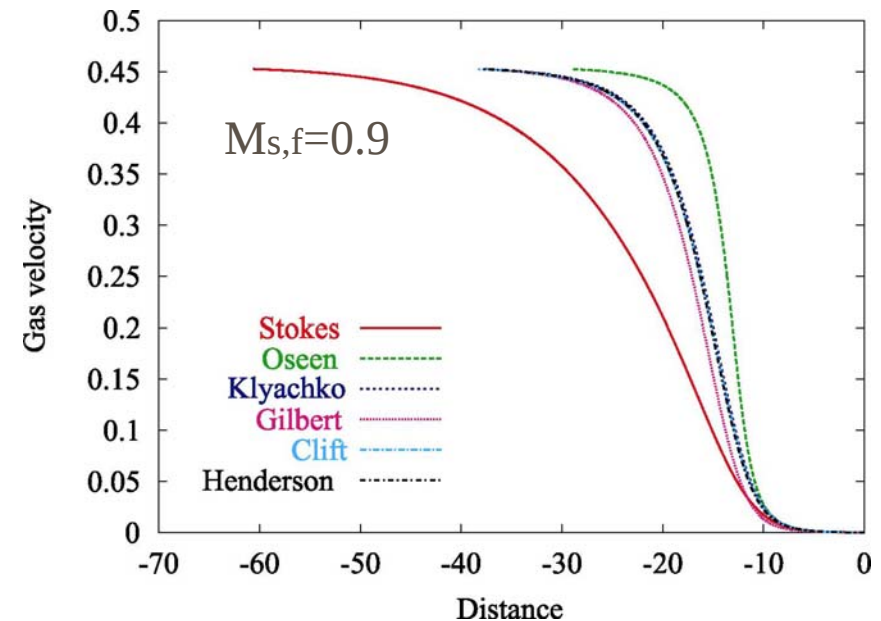
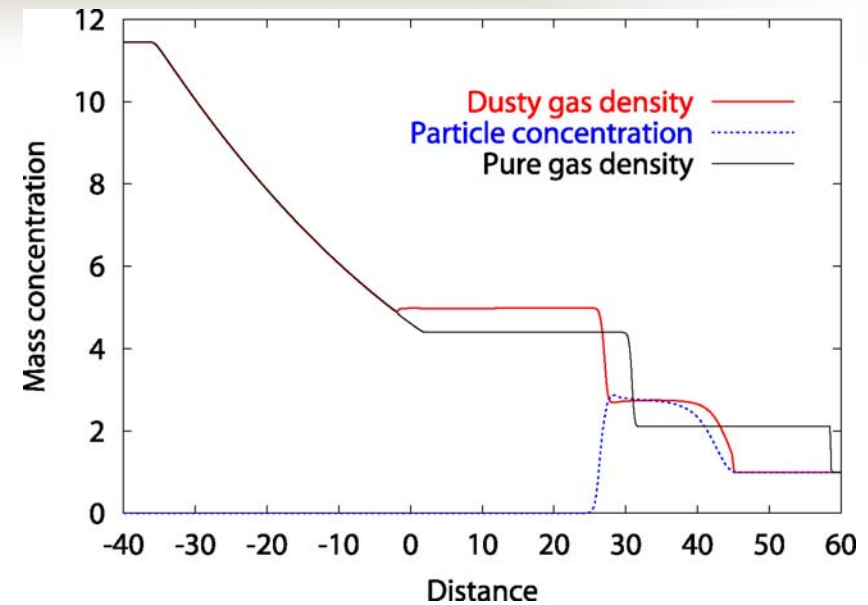
1次元計算

Dusty gas shock tube solution

Initial conditions	Driver	Test section
Pressure		
Density	11.5	1.
Particle concentration	11.5	1.
Gas velocity	0.0001	1.
Solid particle velocity	0.	0.

Quasi-steady solution of shock structure
With different (steady) drag coefficients

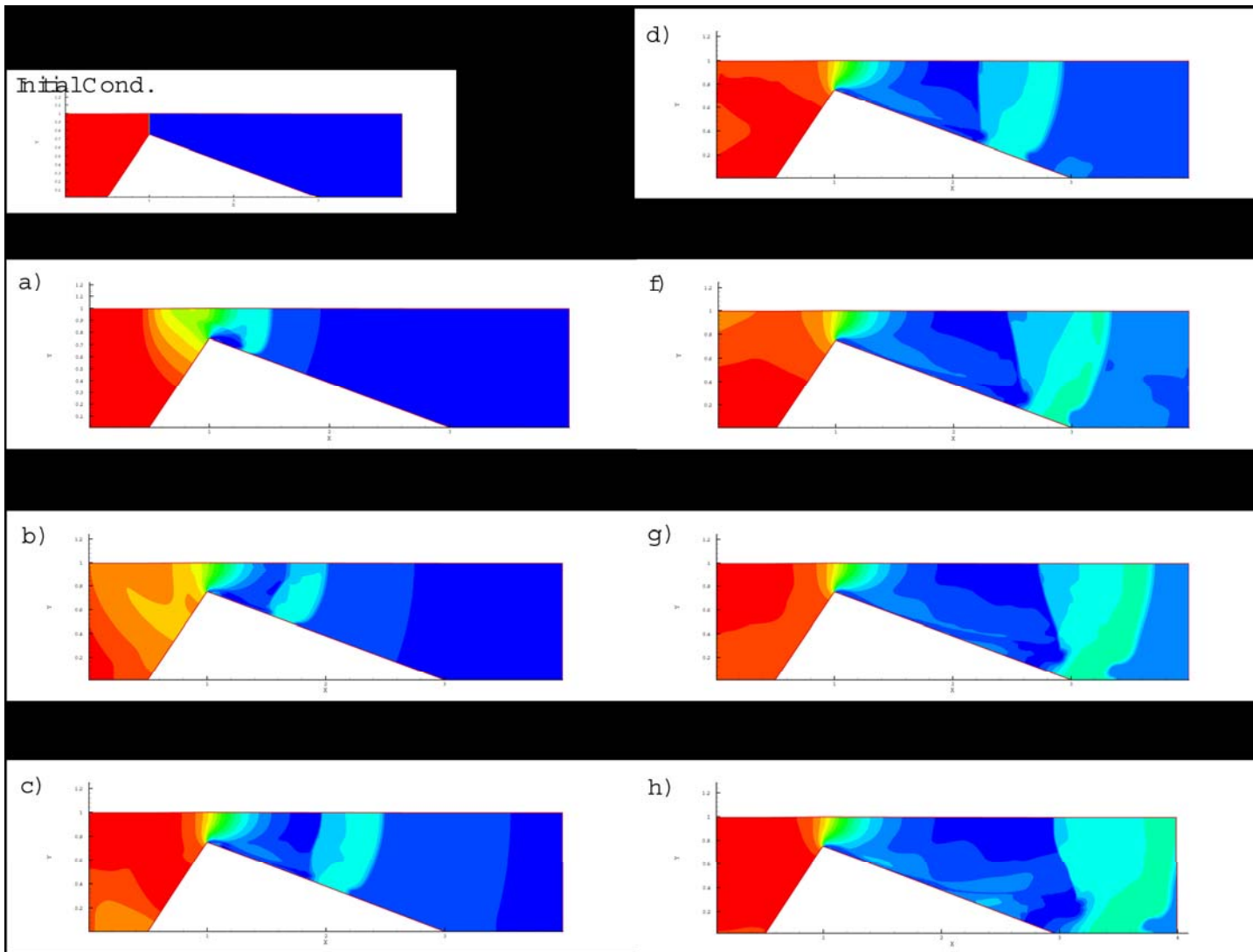
Shock Waves (2003) 13:299-322



問題点

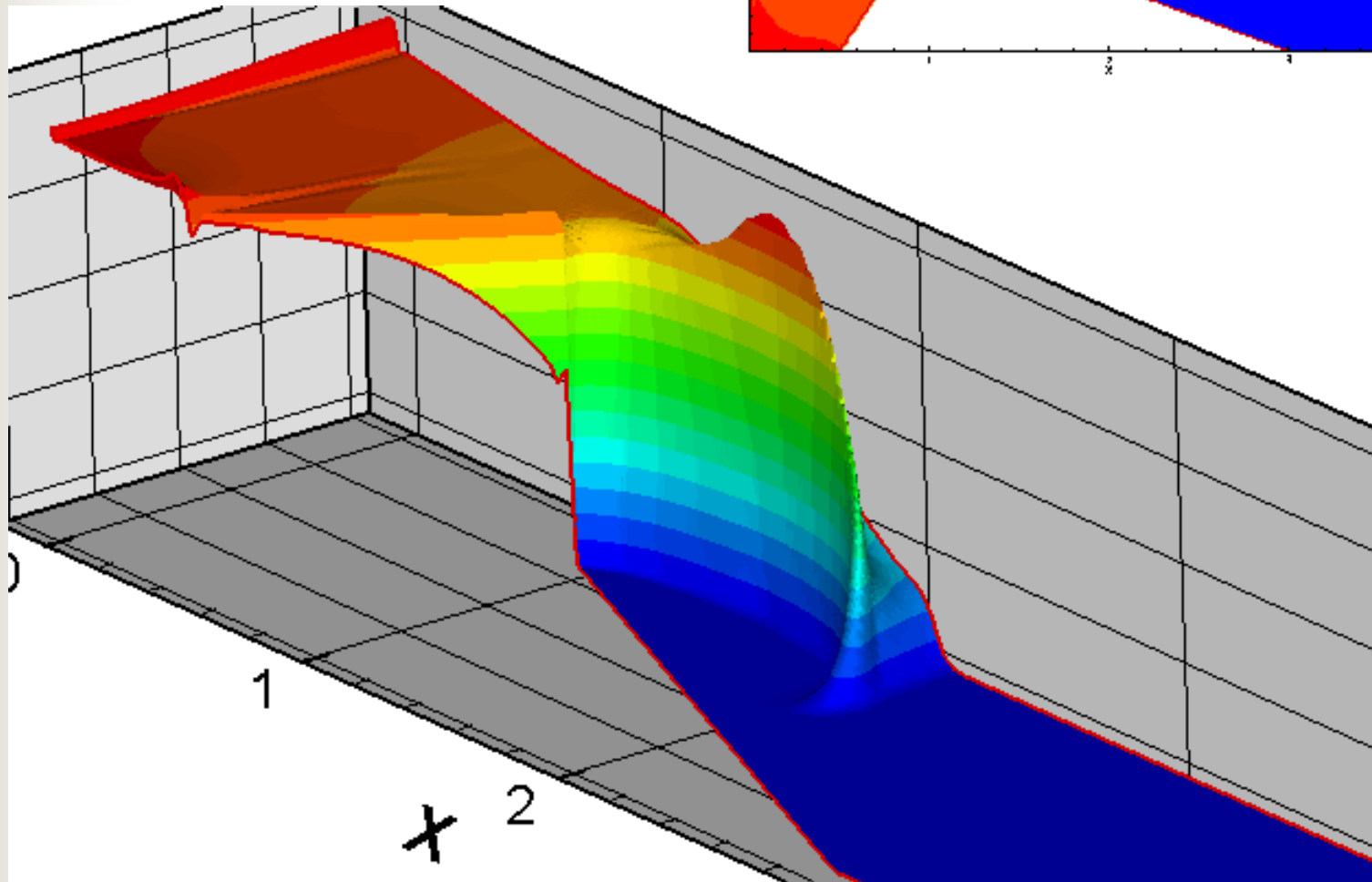
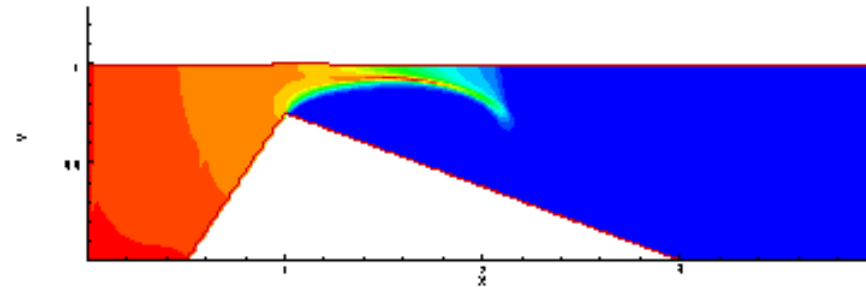
Pure Gas : $P_{41}=10$ $\rho_{41}=10$

格子数: 400 x 100

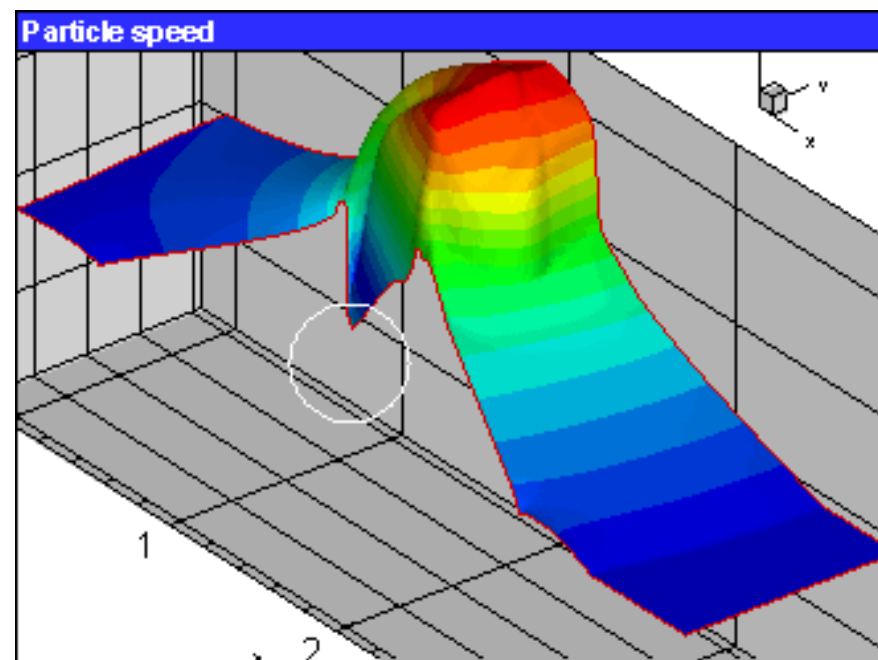
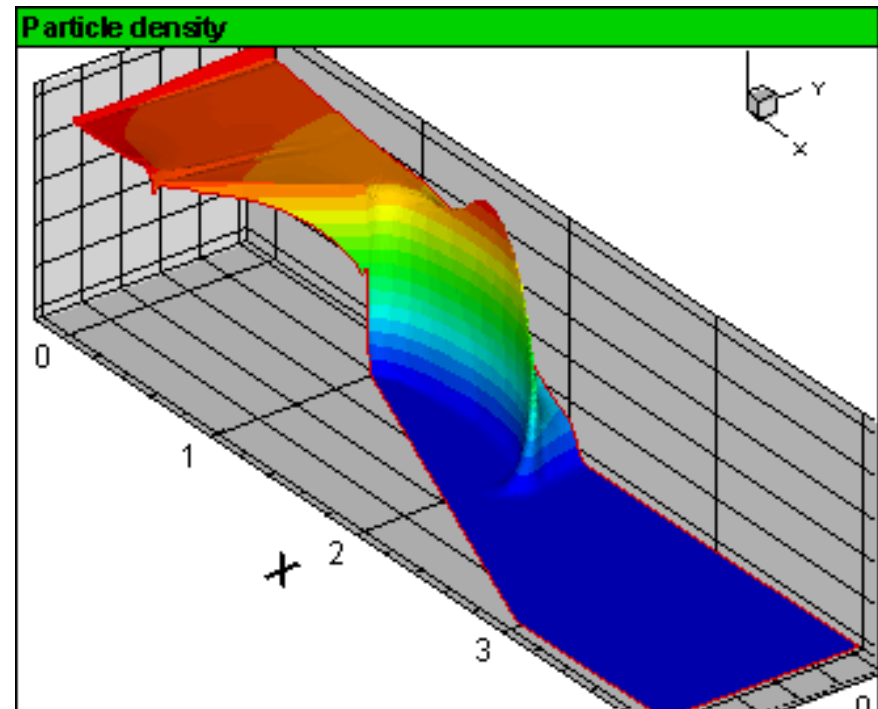
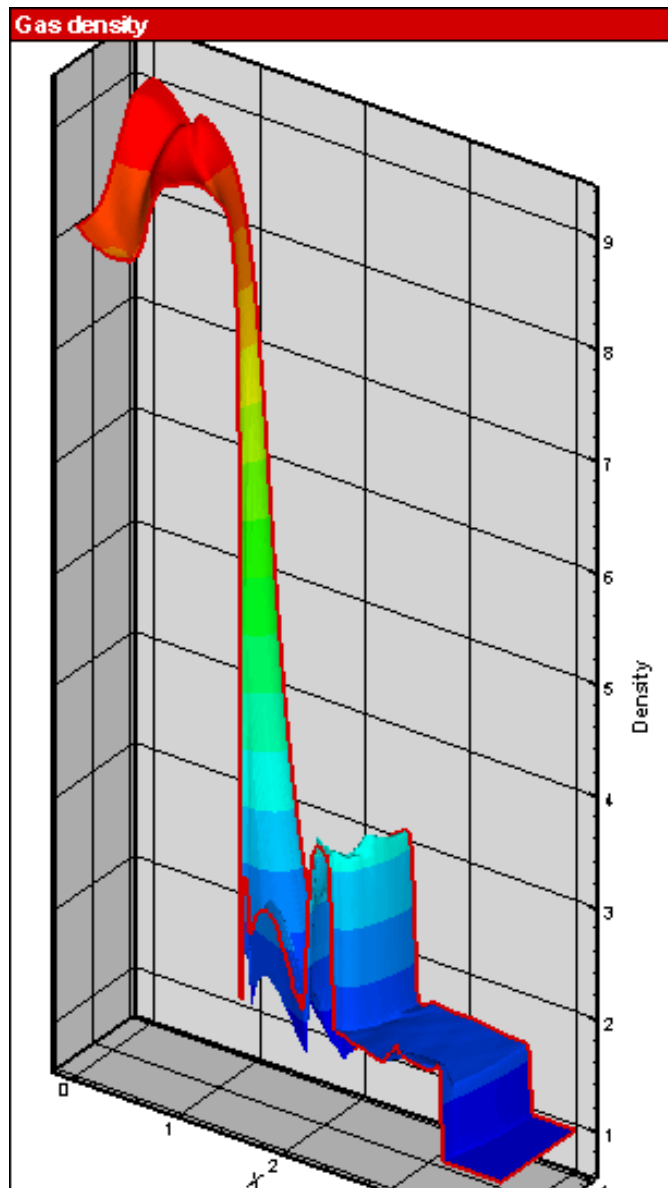


Frame c) : Time; 1.5 ($P_{41}=10$ $\rho_{41}=10$ $\sigma_{41}=10$)

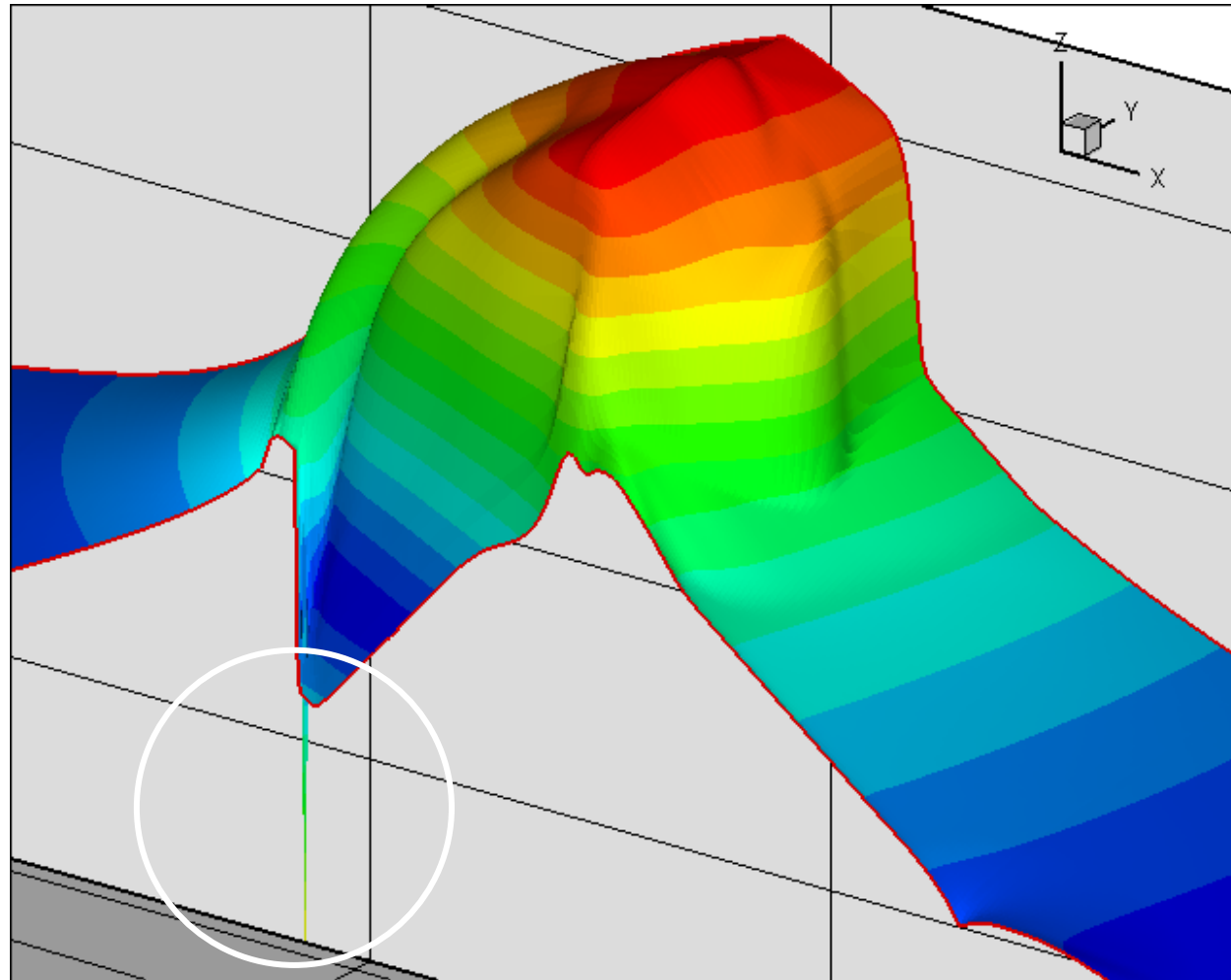
Dust concentration σ



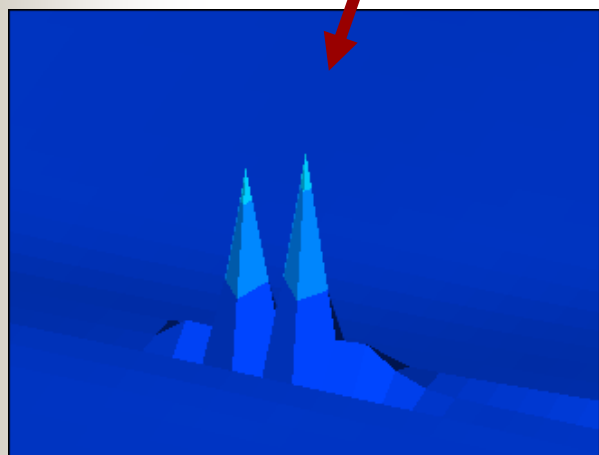
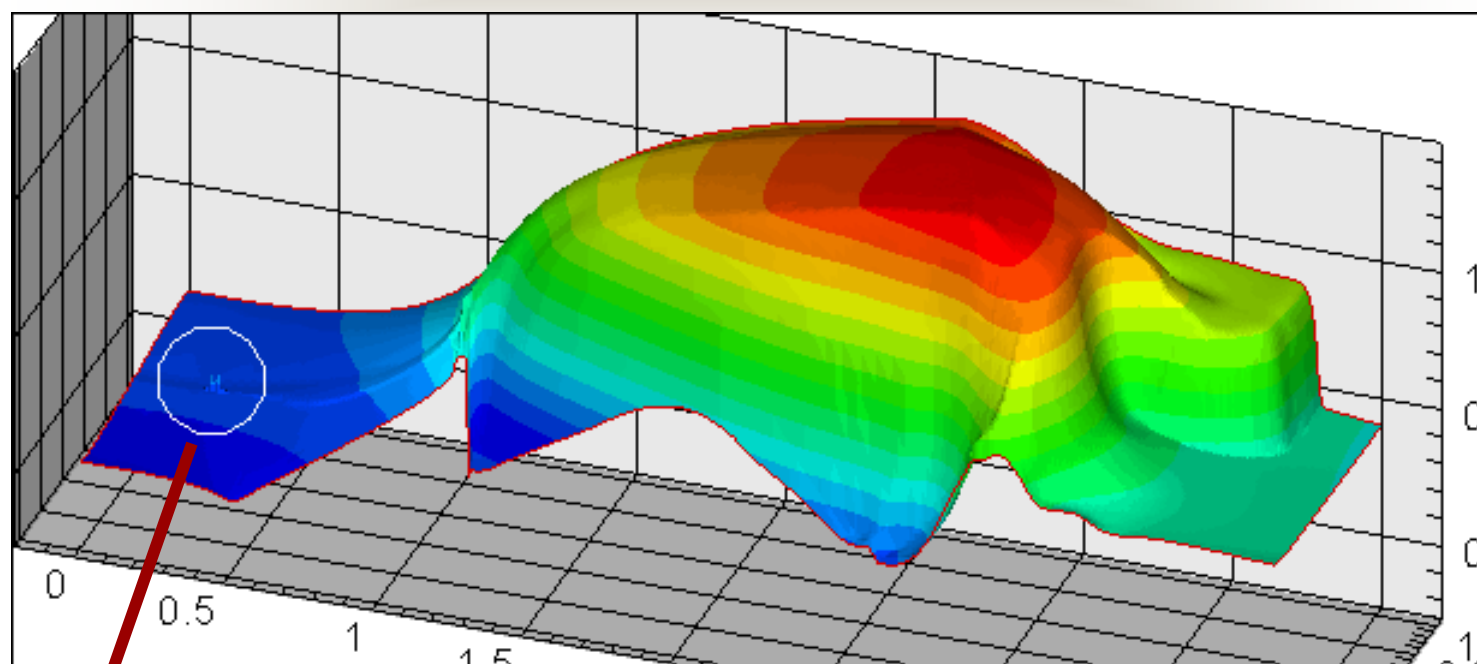
Frame c)



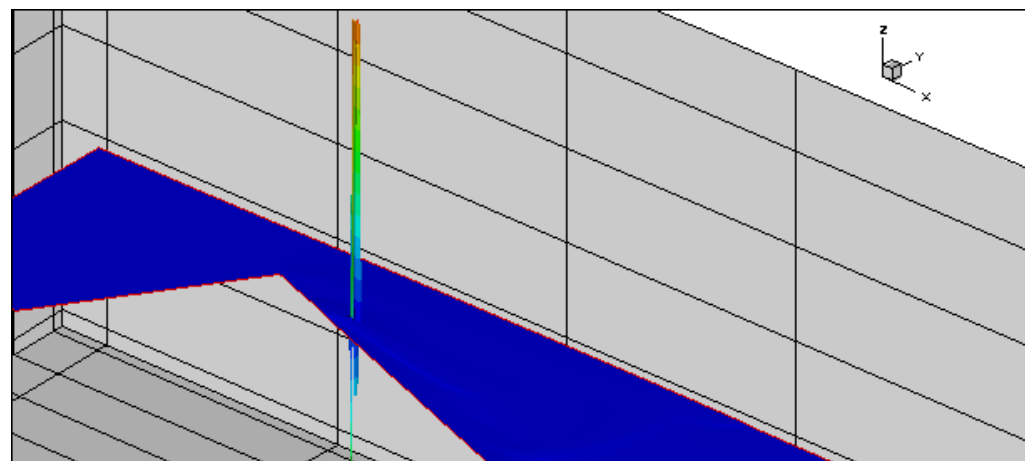
粒子速度分布 : 領域内部に速度不安定の発生



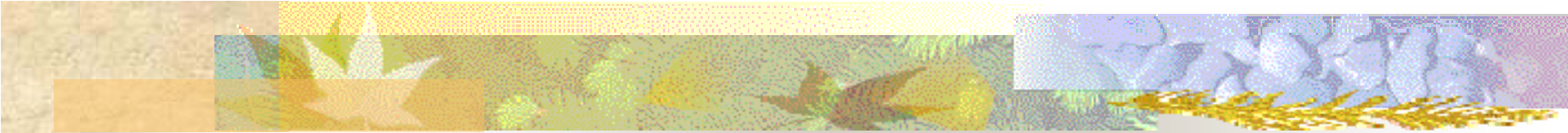
速度不安定の例



Example 1



Example 2



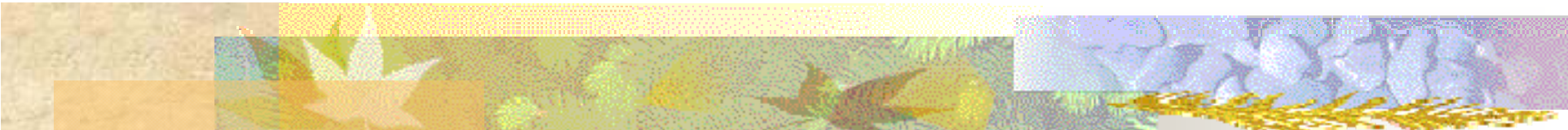
今後の課題

- 噴煙，火砕サージの研究など，流動を対象とした計算では固相計算の安定性を改善する必要がある.

- 計算法の再評価
- limiter の導入
- 後処理（ステップ毎に解を評価）



- 非定常抵抗係数，粒子径分布，
高粒子密度，固体壁での反射 etc.



Thank you