

地球電磁気学 (Geo-electromagnetism)

清水久芳 (shimizu@eri.u-tokyo.ac.jp) 、馬場聖至、上嶋誠

授業の目標・概要： 地球電磁気学の基礎的事項について学ぶ。地球の電磁気的な性質が、地球の現在の活動と地球誕生後の進化過程に密接に関係していることを理解する。

講義資料、レポート問題

ITC-LMS の本講義サイトに掲載

講義URL

UTASに掲示、必要に応じて ITC-LMS から連絡

参考書

- 地球の物理学事典、本多 了 他 (訳) (2013) 朝倉書店、ISBN978-4-254-16058-1 (24章 地磁気)
(Physics of the Earth, 4th ed., F. Stacey and P.M. Davis (2008) Cambridge University Press,
ISBN780521873628)
- The Solid Earth: An Introduction to Global Geophysics, C.M.R. Fowler (2004) Cambridge Univ. Press,
ISBN 9780521893077
- Treatise on Geophysics (2nd ed.), vol. 5, Geomagnetism, G. Schubert (ed.) (2015) Elsevier,
ISBN: 9780444538031
下記 URL から各章の pdf ファイルを取得可 (学内ネットワークからアクセス)
<http://www.sciencedirect.com/science/referenceworks/9780444538031#ancv0030>

評価

レポート（4回）の評価による。

講義内容

- | | |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none">0. イントロダクション<ul style="list-style-type: none">0.0 磁石／コンパス／地磁気0.1 この講義の目的0.2 地球電磁気学に関する基礎知識1. 地球磁場の分布と変動<ul style="list-style-type: none">1.1 地磁磁場の数学的表現1.2 地球内部起源磁場の分布1.3 地球内部起源磁場の時間変動1.4 惑星磁気1.5 地球外部起源の磁場変動2. 地磁気の測定<ul style="list-style-type: none">2.1 地球電磁気観測（機械観測）2.2 岩石の残留磁化と古地磁気の方法3. 地磁気の起源と核のダイナミクス<ul style="list-style-type: none">3.1 電磁流体力学の基礎方程式3.2 地球ダイナモの原理3.3 キネマティックダイナモ3.4 核内部の流れと磁場生成 (MHD ダイナモ)3.5 ダイナモを駆動するエネルギー3.6 コア表面流とコア-マントルの相互作用 | <ul style="list-style-type: none">4. 地球内部電気伝導度とマントルのダイナミクス<ul style="list-style-type: none">4.1 地球を構成する物質の電気伝導度4.2 電気伝導度探査4.3 マントルの電気伝導度とダイナミクス5. 地殻活動電磁気学<ul style="list-style-type: none">5.1 島弧・沈み込み帯での電気伝導度構造5.2 地震・火山活動に関連する電磁気現象 |
|--|--|

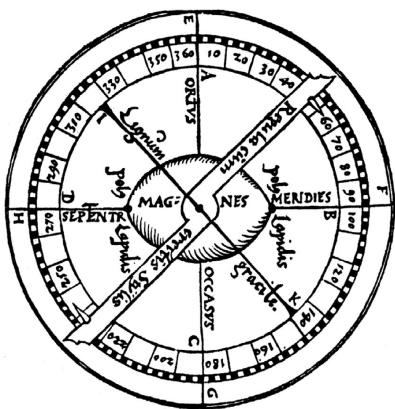
2020年度 地球電磁気学 講義予定

- 09月29日 [清水] イントロダクション [§0]
- 10月06日 [清水] 地球磁場の表現 [§1.1]、地球内部起源磁場の分布 [§1.2]
- 10月13日 [清水] 地球内部起源磁場の時間変化 [§1.3]、惑星磁気 [§1.4]
- 10月20日 [清水] 地球外部起源の磁場変動 [§1.5]
- 10月27日 [清水] 地磁気の測定 [§2]
- 11月10日 [清水] 地磁気の起源と核のダイナミクス (1) [§3]
- 11月17日 [清水] 地磁気の起源と核のダイナミクス (2) [§3]
- 11月24日 [馬場] 地球を構成する物質の電気伝導度 [§4.1]
- 12月01日 [馬場] 電気伝導度探査 [§4.2]
- 12月08日 [馬場] マントルの電気伝導度とダイナミクス [§4.3]
- 12月15日 [上嶋] 島弧・沈み込み帯での電気伝導度構造 [§5.1]
- 12月22日 [上嶋] 地震・火山活動に関連する電磁気現象 (1) [§5.2]
- 01月05日 [上嶋] 地震・火山活動に関連する電磁気現象 (2) [§5.2]

レポート出題 - ×切予定
#1 10/20 - 11/2
#2 11/17 - 11/30
#3 12/8 - 12/25
#4 1/5 - 1/19

0.0 磁石／コンパス／地磁気

Peregrinus のコンパス
(13 C)



方位磁針



iphone のコンパス



磁石と地磁気に関する歴史

Thales 他	~ 600 BC	磁石(lodestone) は鉄を引き寄せる
? [中国]	~ 100 AD	方位磁石（コンパス）の発明（？） スプーン型の磁石を占いボードに乗せると、柄が南を向く（指南）
? [中国]	~ 11 C	磁石が向く方向と真南は少し異なる（＝「偏角」を認識）
A. Neckman 他	~ 1200	コンパスに関する記述
P. Peregrinus	1269	磁石とコンパスに関する研究 (Epistola de magnete [磁気書簡])
C. Columbus	~ 15 C	偏角が場所によって異なることを発見
R. Norman	1576	伏角の発見
W. Bolough	1580	ロンドンで偏角を測定、東に 11°
W. Gilbert	1600	「地球はそれ自体が磁石である」 (De Magnete [磁石論])
H. Gellibrand	1634	ロンドンで偏角を測定、東に 4° → 地磁気の時間変化（永年変化）の発見
E. Halley	1710	大西洋の偏角マップを出版
A. von Humboldt	1798	地磁気の相対的な強さの測定 強さの緯度依存性の発見（極に近づくにつれて強くなる）
C.F. Gauss	1832	磁場絶対強度測定法の開発
	1839	地磁気ポテンシャルの球関数展開を用いた表現 → 地磁気（の主な部分）が地球内部起源であることの証明

中国の磁化スプーン

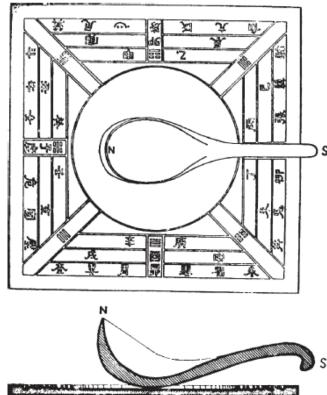
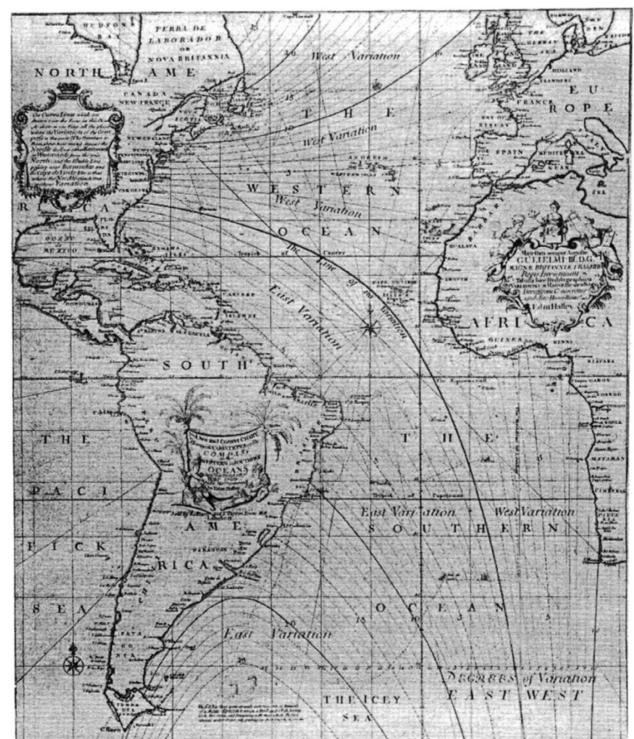
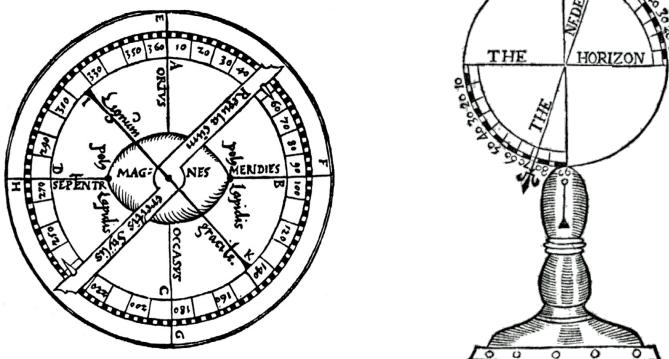


Figure 1 An ancient Chinese compass with the lodestone cut in the shape of a spoon, restored by Wang (1948).

Halley の偏角図



Peregrinus のコンパス



Norman の dip circle

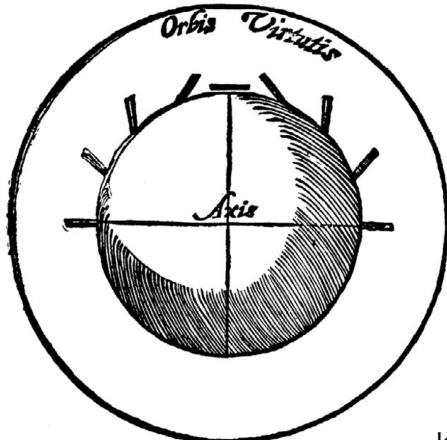
Kono (2007)

W. Gilbert の「磁石論」と地磁気の「原因」

De Magnete (W. Gilbert, 1600)



「テレラ」と名付けられた球状の磁石の周りの
磁針のふるまい
→ 「地球はそれ自体が磁石である」



Kono (2007)

※ Peregrinus は同様の実験を行なっていたが、球形磁石を天球に模してつくられたものと仮定していたため、磁針のふるまいの原因是「天の極」であるとした。

(山本、2003)

0. イントロダクション

0.1 この講義の目的 (= 地球電磁気学を学ぶ目的)

- 地球磁場（地磁気）の空間分布や時間変化を理解したい。
- 地球磁場の空間分布や時間変化の原因を解明したい。
- 地球磁場の空間分布や時間変化を用いて、地球内部の構造やダイナミクス、地球の進化過程を解明したい。

- 地球表面や地球付近で観測される磁場の原因：

- 地球内部か地球周辺に流れた電流
- 地表付近に存在する磁化

電流密度 \mathbf{j} [A/m²] による磁束密度

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \mathbf{j}(\mathbf{x}') \times \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}'}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^3} dV'$$

(ビオ・サバールの法則)

磁化 \mathbf{M} [A/m] による磁束密度

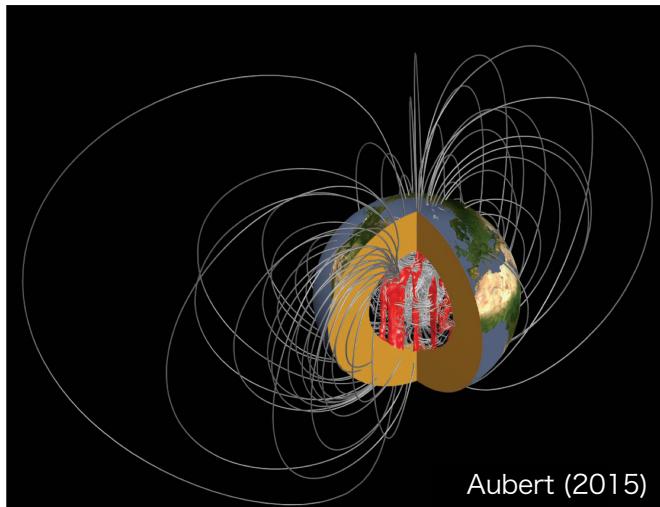
$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\nabla' \times \mathbf{M}(\mathbf{x}')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} dV' + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_S \frac{\mathbf{M}(\mathbf{x}') \times \mathbf{n}'}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} dS'$$

0. イントロダクション

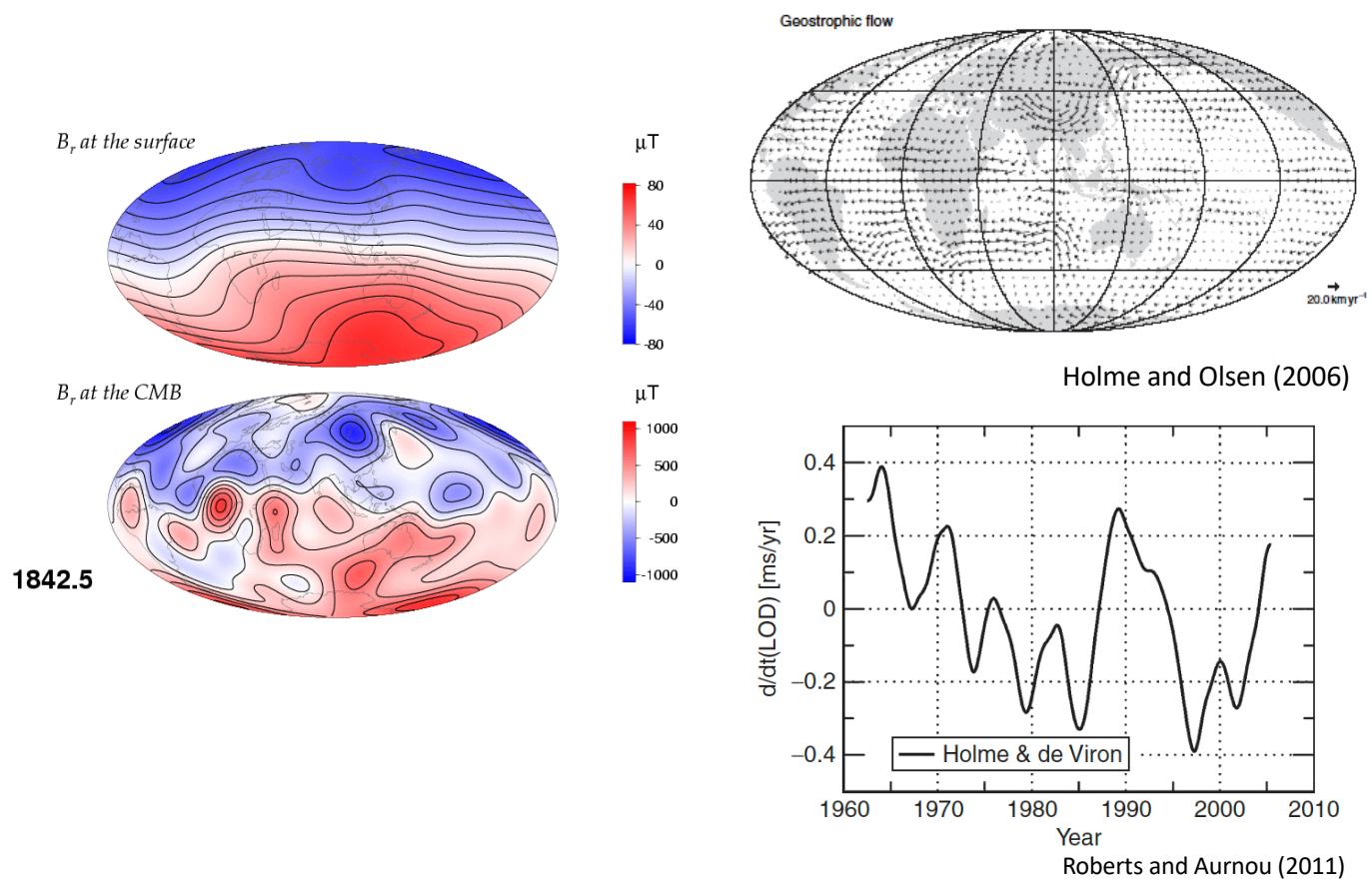
0.1 この講義の目的 (=地球電磁気学を学ぶ目的)

地球主磁場



- 地球磁場の主な部分（[地球主磁場](#)とよぶ）は、核内部のダイナモ作用（流れと磁場による誘導効果）によって生成される。（[地球ダイナモ](#)）
- 核内部の流れは地球の冷却により駆動される（熱対流、組成対流）
- 地球主磁場の分布や時間変化を調べることから、外核の流れの変化や、その原因を考察できる。
 - ・核のダイナミクス、地球の進化
 - ・核-マントルシステムのダイナミクス

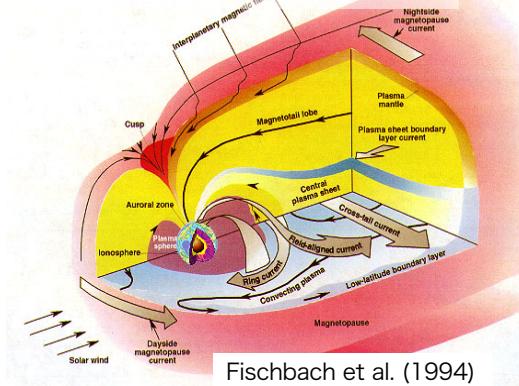
地球磁場変動と核・核-マントルのダイナミクス



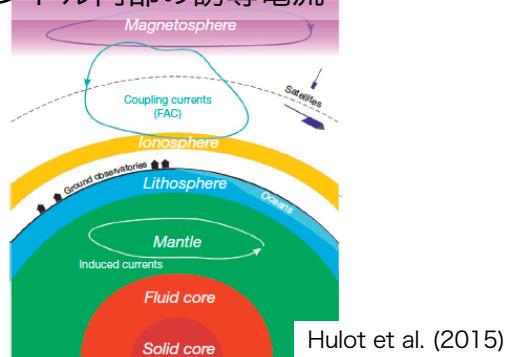
0. イントロダクション

0.1 この講義の目的 (=地球電磁気学を学ぶ目的)

地球磁気圏と地球周辺の電流系



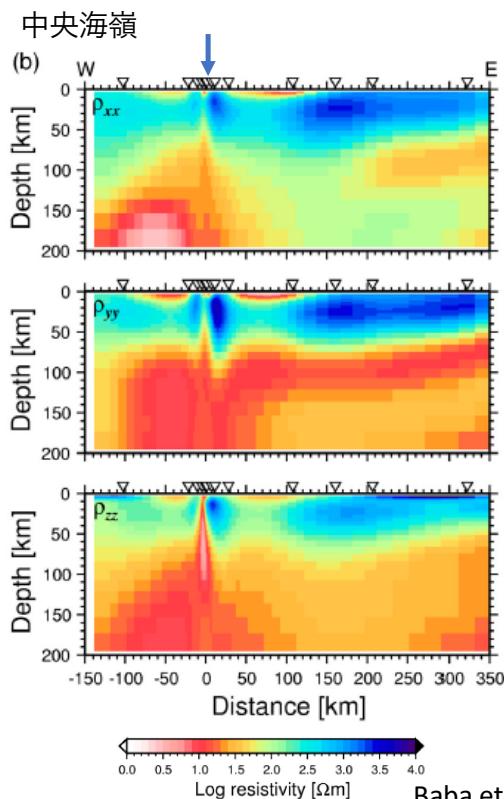
地殻・マントル内部の誘導電流



- 地球外部を流れる電流による磁場が存在する。
(外部起源磁場、外部磁場)
- 外部起源磁場は太陽活動と密接に関係する。
- 外部磁場が時間変化すると地球内部に電流を誘導する。
- 誘導された磁場と外部磁場変動の関係から、
地球内部の電気伝導構造を推定することができる。
 - 地殻、マントルを構成する物質
 - 地殻、マントルのダイナミクス
 - 地震・火山活動との関係

電気伝導度構造と地球のダイナミクス／活動

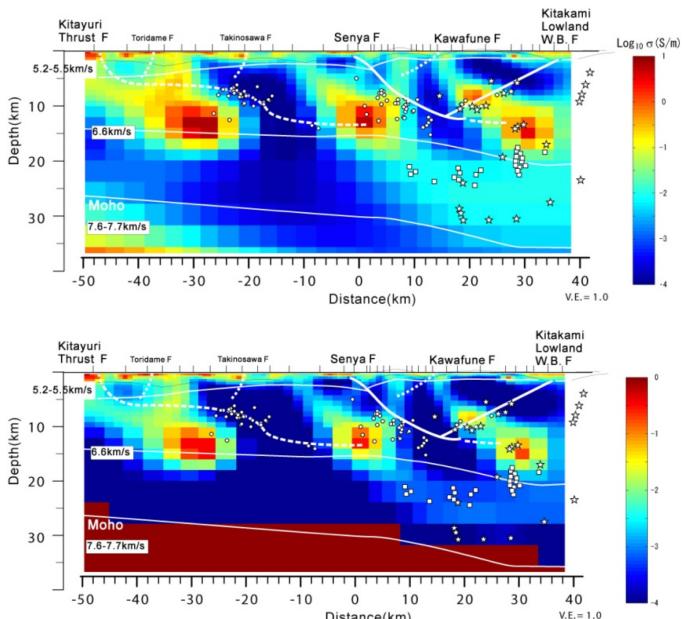
上部マントルの電気伝導度構造



Baba et al. (2006)

地震発生帯の電気伝導度構造と含水量

東北地方

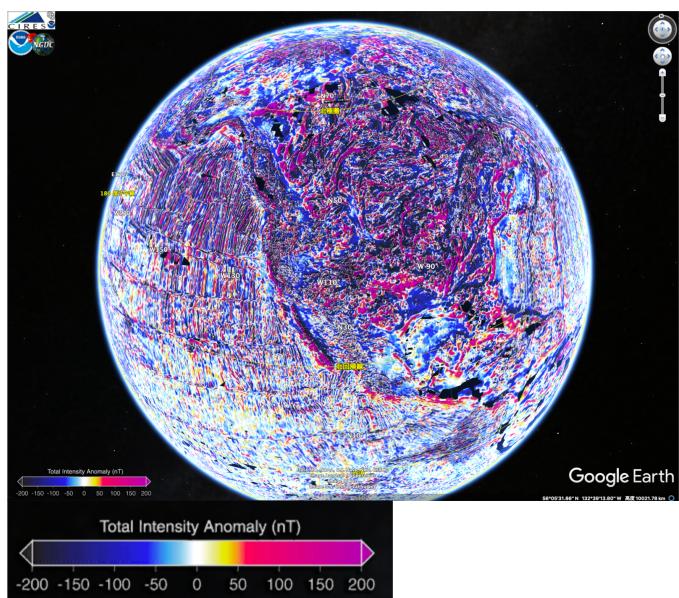


上嶋 (2015)

0. イントロダクション

0.1 この講義の目的 (=地球電磁気学を学ぶ目的)

地殻の磁化による磁場（磁気異常）@地表



データは EMAG2.kmz
<https://www.ngdc.noaa.gov/geomag/emag2.html>

- 地球内部起源の磁場は、ダイナモによる主磁場に加えて、地殻の磁化による磁場も存在する。

- 地殻の磁化分布は、磁化獲得時の磁場とその後の地殻とマントルの運動とその変化や、地殻の温度変化の情報を持つ。

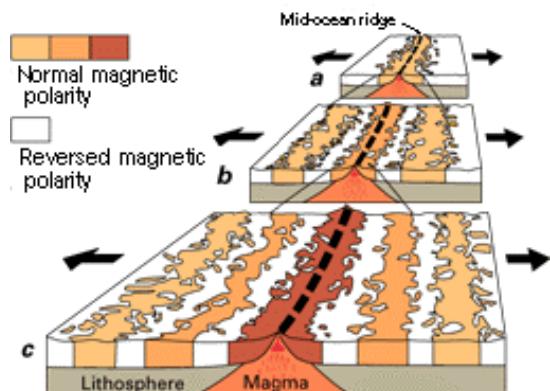
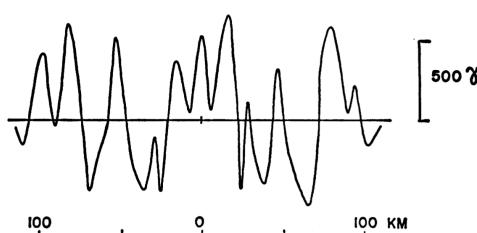
- プレートテクトニクス
- プレート運動の復元
- 火山活動の解明

- 磁化を持つ岩石／鉱物から過去の地球磁場を推定できる（古地磁気学）

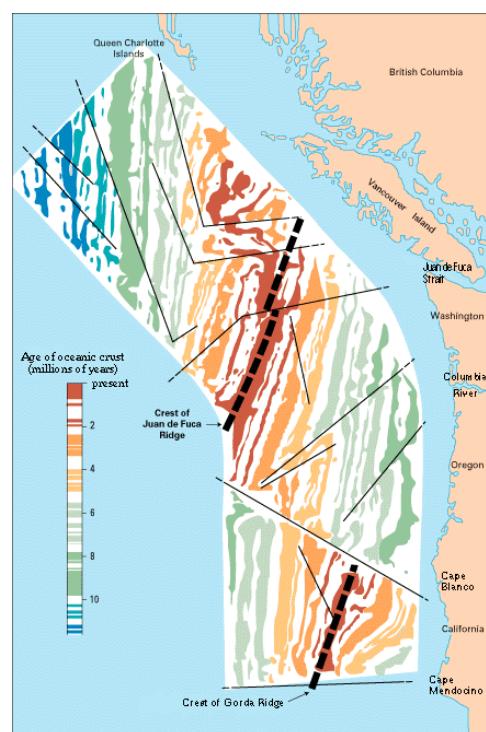
- 地球ダイナモの進化
- プレート運動の推定

地殻の磁化による磁場 [磁気異常]とプレートテクトニクス

Juan De Fuca Ridge の 46°N を横切る側線の磁場強度分布



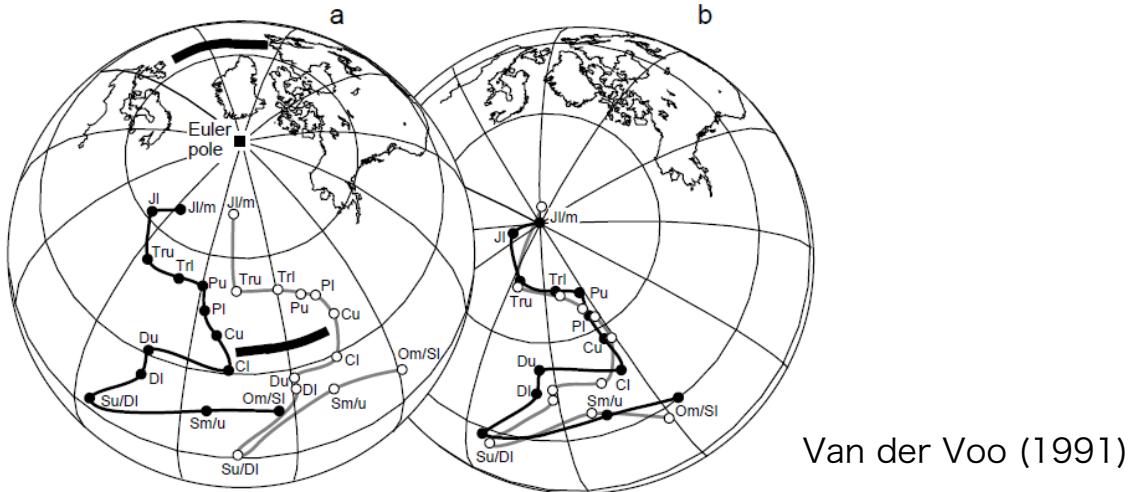
北東太平洋アメリカ・カナダ沖の地磁気縞模様 (Juan de Fuca)



Kious and Tilling, This Dynamic Earth

<https://pubs.usgs.gov/gip/dynamic/dynamic.html>

過去の古地磁気極の位置とプレート運動の推定



- 北米とヨーロッパの岩石から求められた古生代と中生代の「見かけの極」の位置
古生代：5億4200万年前～2億5100万年前
O: オルドビス紀, S: シルル紀, D: デボン紀
C: 石炭紀, P: ペルム紀
中生代：2億5100万年前～6600万年前
Tr: 三畳紀, J: ジュラ紀
- 88.5 N, 27.7E をオイラー極として 38 度回転すると見かけの極の曲線が重なり合う
→ 中生代以降（より現在に近い時期）に北米とヨーロッパが相対運動

0. イントロダクション

0.1 この講義の目的 (=地球電磁気学を学ぶ目的)

- ・ 地球磁場の分布と時間変動について学ぶ
 - 地球磁場の表現と内外起源磁場の分離（内外分離）
 - 地球磁場の空間分布と時間変化
- ・ 地球磁場とその変動の成因について理解する
 - 地球主磁場（核で作られている磁場）とダイナモ作用
 - = 核内部の対流、対流のエネルギー源、地球の進化
 - 地球外部起源磁場と太陽風-地球主磁場の相互作用
 - = 電離圏や磁気圏の構造と電流系
 - 磁気異常と地殻の磁化
- ・ 地球磁場およびその変動を用いて地球内部の構造やダイナミクスを解明する
 - 地球主磁場の変動と核内部の流れ
 - = 核および核-マントル系のダイナミクス（1日の長さの変動）
 - 地球外部起源磁場と地球内部電気伝導度構造
 - = 外部起源磁場変動による地殻・マントル内部の誘導電流、
地殻・マントル内部の電気伝導度構造
 - 地震・火山活動に関連する電磁気現象

0. イントロダクション

0.2 地球電磁気学に関する基礎知識

(1) 磁場、磁束密度

磁場 (magnetic field) : \mathbf{H} [A/m]

磁束密度 (magnetic flux density) : \mathbf{B} [T] T=Tesla (=Wb/m², kg/s²A)

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad \mu: \text{透磁率} \quad (\text{真空の時は } \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ [H/m]})$$

地表における地磁気の強さ :

赤道域で $\sim 30,000$ [nT]、極域で $\sim 60,000$ [nT]

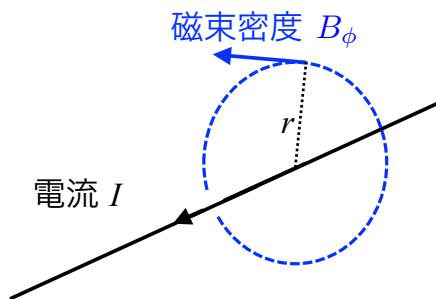
本郷キャンパスで (35.713 N, 139.763 E) $\sim 46,700$ [nT] (モデル値)

nT = nano Tesla

$$1 \text{ [nT]} = 10^{-9} \text{ [T]} \quad (= 10^{-5} \text{ [G]})$$

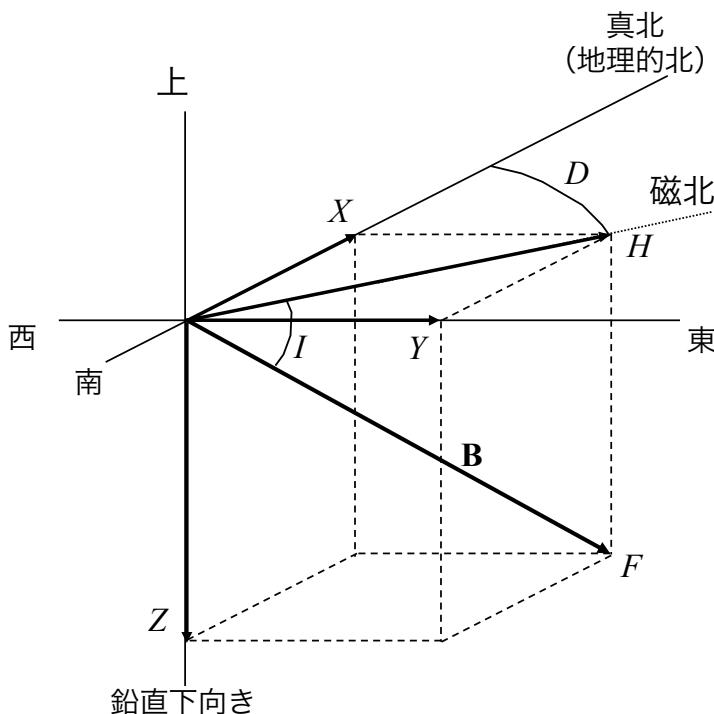
(参考 : ネオジウム磁石: 500 mT, MRI : 1~1.5 T, 素粒子の加速器: 40 T)

※ 無限に長い1 [A] の直線電流から 1 m 離れた位置での磁束密度は?



(2) 地磁気ベクトルと地磁気要素

- 3つの独立な地磁気要素で地磁気3成分を表す
(独立であれば、組み合わせは任意)



F : 全磁力 (磁場の強さ) [total intensity, total force]

D : 偏角 (北から東向きが正) [declination]

I : 伏角 (水平面から下向きが正) [inclination]

X : 北向き成分

Y : 東向き成分

Z : 鉛直下向き成分

H : 水平分力 (水平成分の強さ)

$$F = (X^2 + Y^2 + Z^2)^{1/2}$$

$$H = (X^2 + Y^2)^{1/2}$$

$$\tan D = \frac{Y}{X}$$

$$\tan I = \frac{Z}{H}$$

$$H = F \cos I$$

$$Z = F \sin I$$

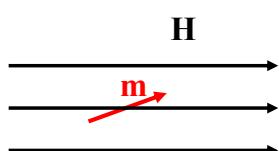
$$X = H \cos D$$

$$Y = H \sin D$$

本郷キャンパス (35.713 N, 139.763 E) : $F \sim 46,700$ [nT], $D \sim -7.5$ 度, $I \sim -49.6$ 度 (モデル値)

(3) 磁場ベクトルと方位磁針

方位磁針 (双極子で近似) は磁場の方向を向く



\mathbf{H} : 磁場
 \mathbf{m} : 磁針の双極子モーメント

磁場中の磁針に関するオイラーの運動方程式

$$I \frac{d\omega}{dt} = \mathbf{L} \quad \mathbf{L} = \mathbf{m} \times \mathbf{H}$$

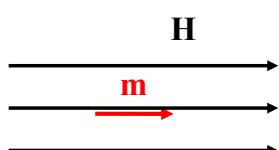
I : 磁針の慣性モーメント
 ω : 磁針の回転角速度



平衡 (定常) 状態

$$\mathbf{m} \times \mathbf{H} = \mathbf{0} \quad \mathbf{m} \parallel \mathbf{H}$$

平衡状態から双極子を少し回転させると、
 \mathbf{m} と \mathbf{H} が同じ方向の場合は元の状態に戻ろうとする



方位磁針が向く方向から、その場所における
磁場の方向を求めることができる

$\rightarrow D, I$ が計測できる

偏角と伏角の測定 (=過去400年以上の観測値がある)

偏角：

水平面内で磁針が向く方向を計測
(真北を知る必要有り)



Jonkers et al. (2003)

伏角：

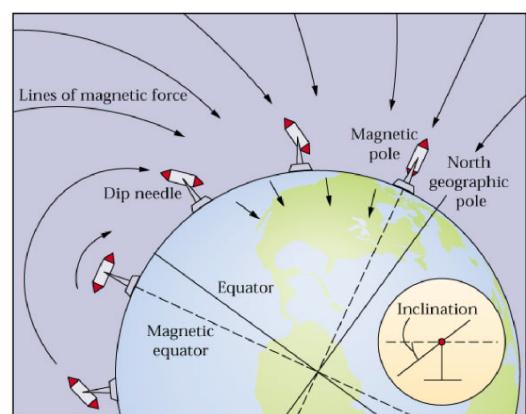
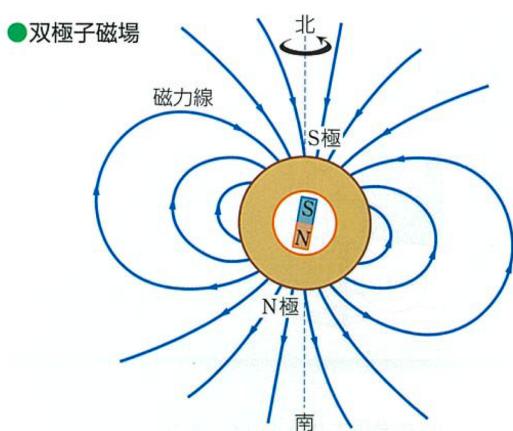
鉛直面内で磁針が向く方向を計測



http://physics.kenyon.edu/EarlyApparatus/Electricity/Dip_Needle/Dip_Needle.html

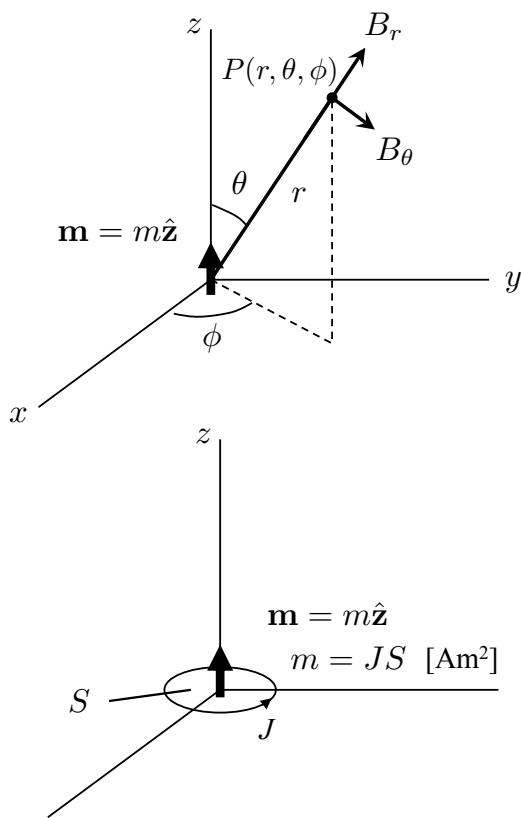
(4) 双極子による磁場分布（大局的な磁場分布）

地磁気の全局的な分布



地学図録（数研出版 2016）

(4) 双極子による磁場分布（全局的な磁場分布）



磁気双極子モーメント \mathbf{m} による磁束密度
(θ : 磁気双極子の方向を基準にした余緯度)

$$B_r(r, \theta, \phi) = \frac{2\mu_0 m \cos \theta}{4\pi r^3}$$

$$B_\theta(r, \theta, \phi) = \frac{\mu_0 m \sin \theta}{4\pi r^3}$$

地球を半径 a の球面とすると

$$B_r(a, \theta, \phi) = -Z = \frac{2\mu_0 m \cos \theta}{4\pi a^3}$$

$$B_\theta(a, \theta, \phi) = -X = \frac{\mu_0 m \sin \theta}{4\pi a^3}$$

全磁力

$$F(a, \theta, \phi) = \frac{\mu_0 m}{4\pi a^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta} \quad \frac{F_{\text{pole}}}{F_{\text{equator}}} = 2$$

伏角

$$\tan I = \frac{Z}{H} = \frac{Z}{|X|} = -\text{sign}(m) \cdot 2 \cot \theta$$

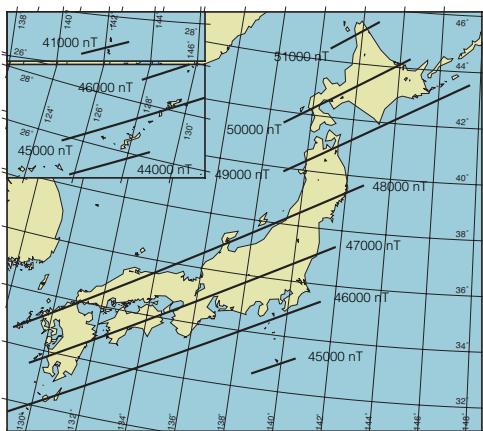
(現在の磁場の向きは $m < 0$ に相当)

(5) 日本付近の地磁気分布

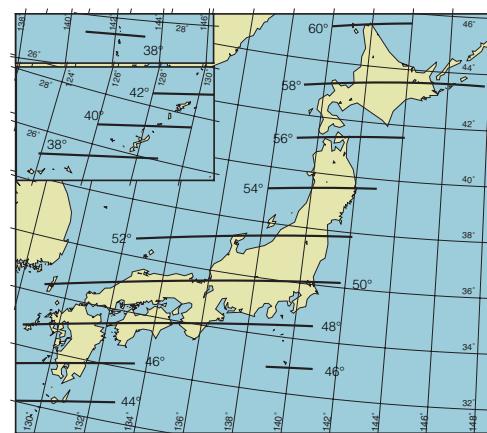
(2015年1月1日00:00 UT)

国土地理院のデータより
http://www.gsi.go.jp/buturisokuchi/menu03_magnetic_chart.html

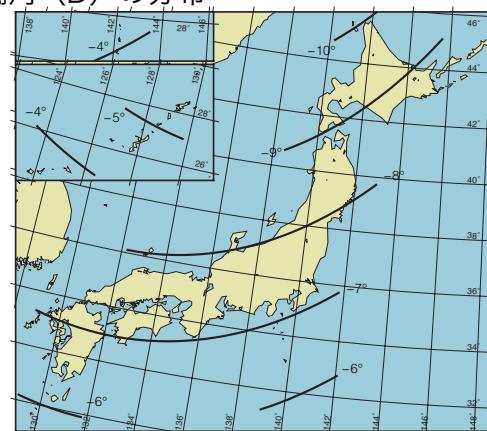
全磁力 (F) の分布



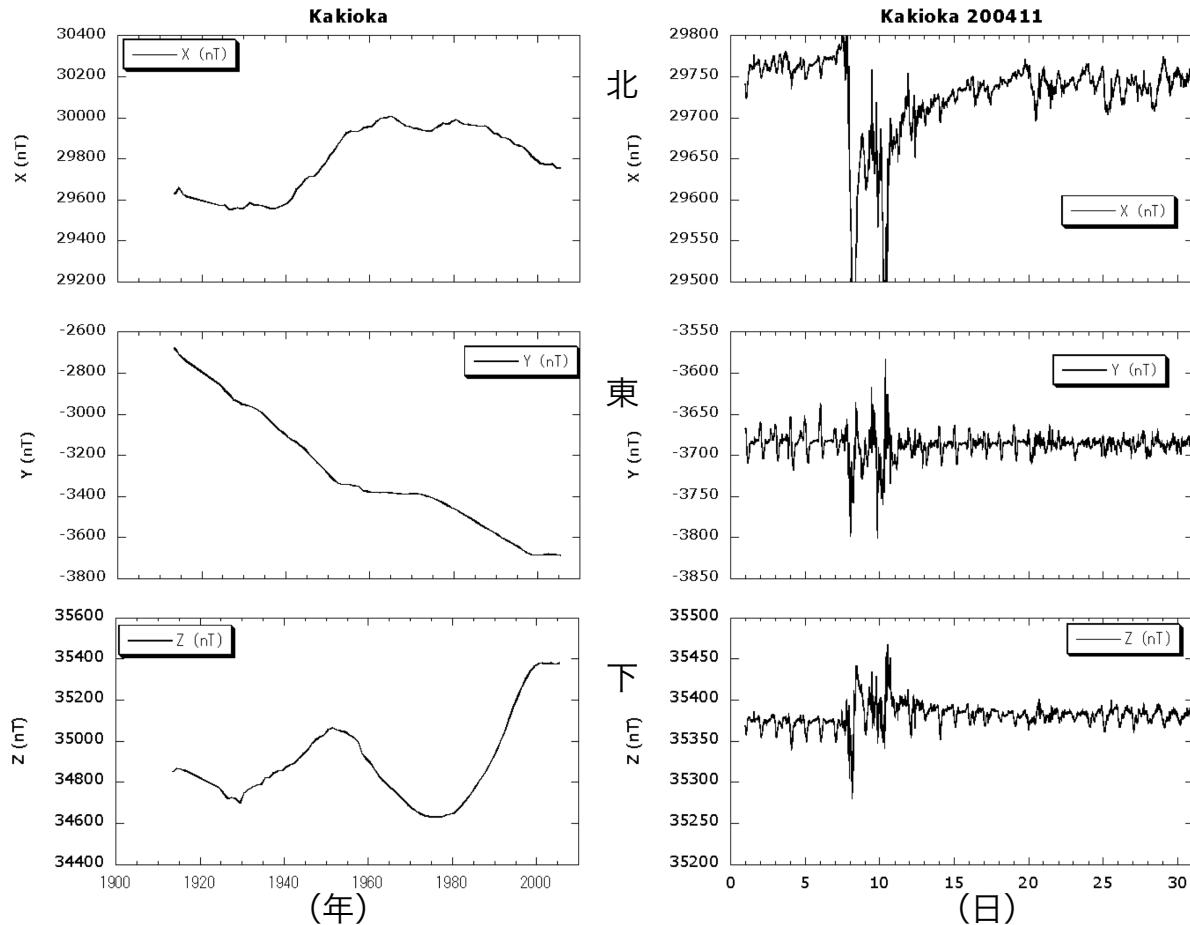
伏角 (I) の分布



偏角 (D) の分布



(6) 地磁気の時間変化 気象庁地磁気観測所（柿岡）における地磁気変化



(7) 電磁場変動の時間スケールと電磁気学における近似

地球電磁気学では

- 様々な時間スケールの現象を扱う
- 電気伝導性をもった物質を扱う

→ 適切に近似すると、関係する現象を表す方程式が求められる

Maxwell 方程式

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_e \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

$$\mathbf{j} = \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

H: 磁場, **B:** 磁束密度

E: 電場, **D:** 電束密度

j: 電流密度, ρ_e : 電荷密度

σ : 電気伝導度 ($1/\Omega \cdot m$, S/m)

v: 速度

μ : 透磁率, ϵ : 誘電率

アンペールの法則より

$$\nabla \cdot \left(\mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) = \frac{\sigma}{\epsilon} \rho_e + \frac{\partial \rho_e}{\partial t} = 0$$

$$\rho_e \propto \exp(-t/\tau_e)$$

$$\tau_e = \frac{\epsilon}{\sigma}$$

τ_e : 電気伝導度が0ではない物質内の電荷の偏りの減衰時間

$$\epsilon \sim 10^{-11} \text{ F/m}$$

金属 (核)

$$\sigma \sim 10^5 - 10^6 \text{ S/m} \rightarrow \tau_e = 10^{-17} - 10^{-16} \text{ sec}$$

岩石 (地殻、マントル)

$$\sigma \sim 10^{-5} - 10^{-1} \text{ S/m} \rightarrow \tau_e = 10^{-10} - 10^{-6} \text{ sec}$$

大気

$$\sigma \sim 10^{-14} \text{ S/m} \rightarrow \tau_e = 10^3 \text{ sec}$$

地球電磁気学でよく用いられる近似

(1) 不導体 ($\sigma = 0$) & τ_e に比べて遅い変化

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

→ ポテンシャル磁場

$$\mathbf{B} = -\nabla\psi, \quad \nabla^2\psi = 0$$

(2) 不導体 ($\sigma = 0$) & τ_e に比べて早い変化

$$\nabla \times \mathbf{H} = \cancel{\mathbf{j}} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

→ 電磁波

$$\nabla^2\mathbf{H} - \epsilon\mu \frac{\partial^2\mathbf{H}}{\partial t^2} = 0 \quad \nabla^2\mathbf{E} - \epsilon\mu \frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2} = 0$$

(3) 導体 & τ_e に比べて遅い変化 (ただし導体の速度は 0)

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \cancel{\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}} \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

→ 磁場、電場の"拡散"

$$\nabla^2\mathbf{H} - \sigma\mu \frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t} = 0 \quad \nabla^2\mathbf{E} - \sigma\mu \frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} = 0$$

参考資料 0-2-1

(1/1)

歴史的な磁場強度の計測 (1)

相対強度 (von Humboldt 18C後半)

- dip circle の磁針を平衡する位置からずらして振動させ、振動周期を計測する

- 振動周期 (T) は磁場強度 (H) の平方根に比例

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mH}}$$

m : 磁針の双極子モーメントの強さ
 I : 磁針の慣性モーメント

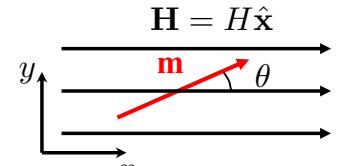
- 同じ磁針を用いた観測から磁場の相対強度を推定
(同じ磁針 = m, I は定数、これらの値は未知)

磁場中の磁針に関するオイラー方程式

$$I \frac{d\omega}{dt} = \mathbf{m} \times \mathbf{H}$$

z 成分

$$I \frac{d\omega}{dt} = I \frac{d^2\theta}{dt^2} = -m \sin\theta H$$



$$\theta \ll 1 \text{ とすると} \quad I \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mH\theta$$

$$\theta = A_c \cos \left(\sqrt{\frac{mH}{I}} t \right) + A_s \sin \left(\sqrt{\frac{mH}{I}} t \right)$$

$$\rightarrow T = 2\pi \sqrt{I/mH}$$

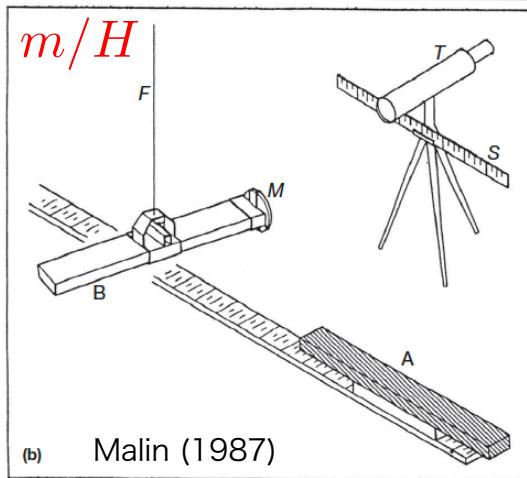
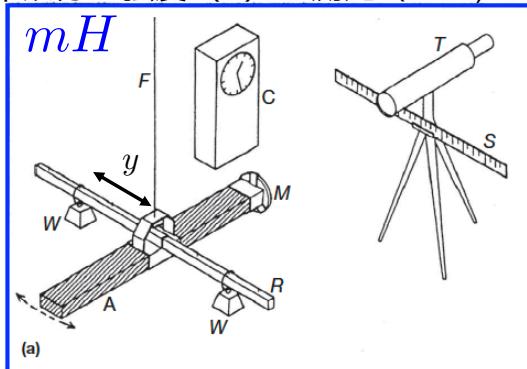


参考資料 0-2-2

(1/2)

歴史的な磁場強度の計測（2）

水平成分の強度 (H) の測定 (Gauss, 1832)



ステップ1

- 磁石を水平面内で振動させ周期を測定
- 磁石につけた重り W の位置を変えることで
磁針と重りの系の慣性モーメントを変化させる
- mH を求める

$$T(y) = 2\pi \sqrt{\frac{I(y)}{mH}}$$

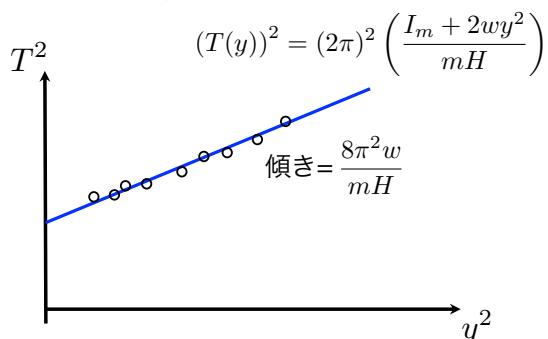
$$I(y) = I_m + 2wy^2$$

H : 磁場水平成分

I_m : 重りをつけていない時の磁石の慣性モーメント

m : 磁石 A の磁気モーメント

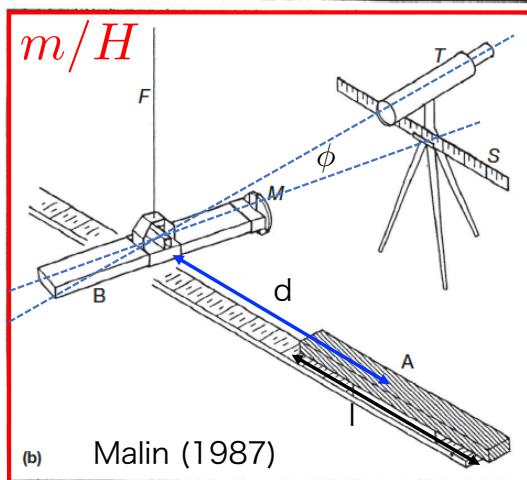
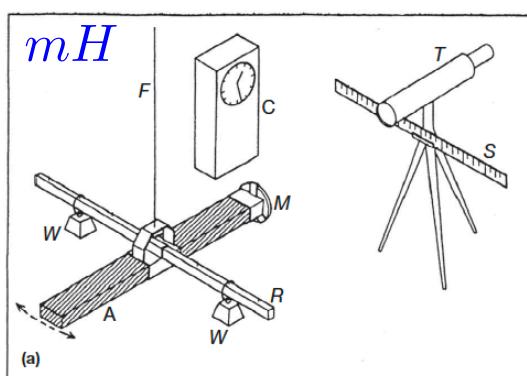
w : 重りの質量



傾きと切片を最小自乗法で決定

歴史的な磁場強度の計測（2）

水平成分の強度 (H) の測定 (Gauss, 1832)



ステップ2

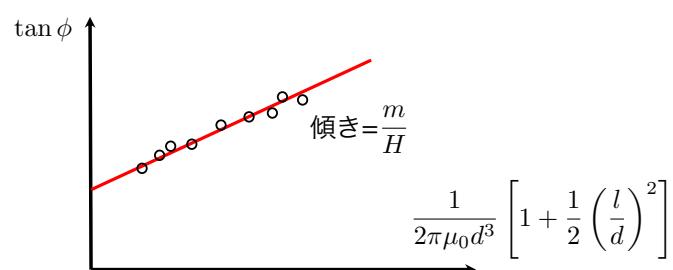
- 磁石Bを吊り下げ、磁石Bと同じ平面内に、
磁石Aを地磁気の子午面と直交する方向に置く
- 磁石Aが作る磁場を用いて、吊り下げられた磁石を
回転させ、水平面内の回転量を測定
- 磁石Aの位置を変化させる
- m/H を求める

磁石A が磁石 B の位置に作る磁場のうち、B
に直交する方向の磁場の強さ H'

$$H' = \frac{m}{2\pi\mu_0 d^3} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{l}{d} \right)^2 + O \left(\left(\frac{l}{d} \right)^4 \right) \right]$$

つりあつた時の磁石Bの回転角度を ϕ とすると

$$\tan \phi = \frac{H'}{H} = \frac{m}{2\pi\mu_0 d^3 H} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{l}{d} \right)^2 \right]$$



(2/2)