

観測実習 電磁気



出口雄大
草茅太郎
五十嵐光嗣

上嶋誠先生
小山崇夫先生

実習の目的

- 比抵抗構造を求めるための理論的な物理を学ぶ。
- 観測機器の使い方を学ぶ。
- 実際に観測する。
- データ解析をして、比抵抗構造を求める。
- 火山の比抵抗構造について考察する。
- データをまとめ発表する。

真空中のMaxwell方程式

- $\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mathbf{0}$
- $\nabla \times \mathbf{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mu_0 \mathbf{J}$
- $\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$
- $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$
- 連続の式
- $\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{J}$
- →任意の電荷密度、電流密度は電気双極子モーメント密度 $\mathbf{P}$ 、磁気双極子モーメント密度 $\mathbf{M}$ を用いて
- $\rho = \rho_0 - \nabla \cdot \mathbf{P}$ ただし、 $\rho_0(\mathbf{x}) = \rho(\mathbf{x}, 0) + \nabla \cdot \mathbf{P}(\mathbf{x}, 0)$
- $\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{M}$

物質中のMaxwell方程式(導出)

- 物質中では電気分極が生じ分極電荷、分極電流、磁化電流が生じる。
- $\rho = \rho_e + \rho_d$ ρ_d :分極電荷密度
- $\mathbf{J} = \mathbf{J}_e + \mathbf{J}_d$ $\mathbf{J}_d$:分極電流密度+磁化電流密度
- 束縛電子が自由な運動を始めたり自由電子が捕獲されることがない場合、
- $\frac{\partial \rho_d}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{J}_d$
- $\rightarrow \rho_d, \mathbf{J}_d$ のみについて $\mathbf{P}, \mathbf{M}$ を用いて表せて、
- $\rho_d = -\nabla \cdot \mathbf{P}$
- $\mathbf{J}_d = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{M}$
- 電束密度・磁場を導入する。
- $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$
- $\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} - \mathbf{M}$

静止物体中のMaxwell方程式

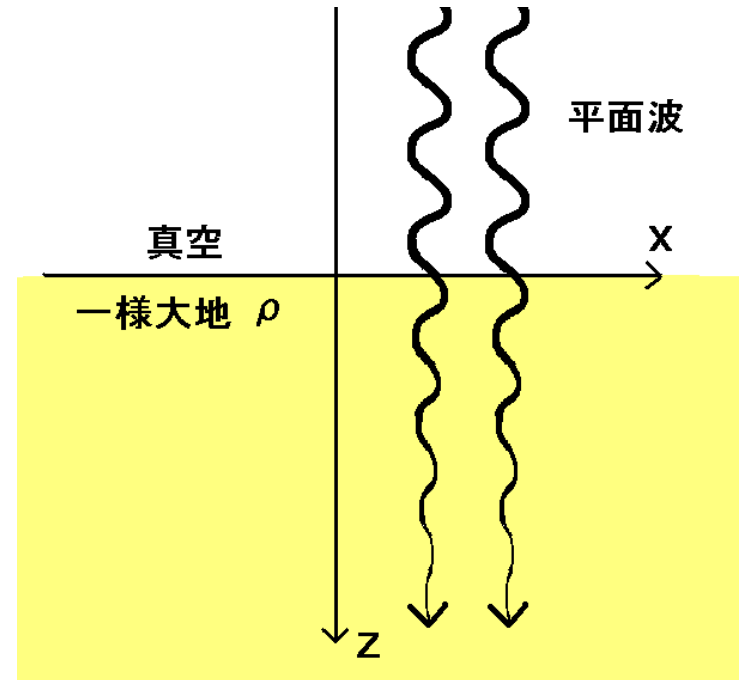
- $\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mathbf{0}$
- $\nabla \times \mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \mathbf{J}_e$
- $\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_e$
- $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$
- 等方性物質の場合、 ε 、 μ を導入して
- $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$
- $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$
- Ohmの法則
- $\mathbf{J}_e = \sigma \mathbf{E}$
- σ :電気伝導度[S/m]、 $\rho = \frac{1}{\sigma}$:比抵抗[Ωm]

電信方程式

- $\mathbf{0} = \nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) + \mu \frac{\partial \rho}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{H})$
$$= \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \Delta \mathbf{E} + \mu \frac{\partial}{\partial t} \left(\varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \sigma \mathbf{E} \right)$$
- $= -\Delta \mathbf{E} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$
- $\Delta \mathbf{E} = \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ 電信方程式
- $\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow i\omega$ とおくと、
- $\Delta \mathbf{E} = (-\omega^2 \mu \varepsilon + i\omega \mu \sigma) \mathbf{E}$
- $\omega \varepsilon$ と σ を比較する。 $\varepsilon \sim$ 真空の誘電率 $8.854 \times 10^{-12} [\text{F/m}]$
- σ : 電気伝導度 $10^{-4} \sim 10^1 [\text{S/m}]$ 、 ω : $10^0 \sim 10^3 [\text{/s}]$
- よって $\omega \varepsilon \ll \sigma$ 、右辺第一項は無視できる。

一様大地

- $\Delta \mathbf{E} = i\omega\mu\sigma \mathbf{E}$
- ソースから十分遠いとき→平面波
- z 方向に進行する直線偏光の平面波
- 電場の向きを x 方向とする。
- $\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = i\omega\mu\sigma E_x$
- $\sqrt{i} = e^{\frac{\pi}{4}i} = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}$ として、物理的な解は、
- $E_x(z) = E_x(0) \cdot e^{-\sqrt{i\omega\mu\sigma}z}$
- $= E_x(0) \cdot e^{-\sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}z} e^{-\sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}zi}$
- 振幅が地表に対して $1/e$ となる深さ: 浸透深さ(skin depth)
- $d_{skin} = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$



一様大地のインピーダンス・比抵抗

- $\mathbf{H} = -\frac{\nabla \times \mathbf{E}}{i\omega\mu}$
- $H_y(z) = -\frac{1}{i\omega\mu} \frac{\partial E_x(z)}{\partial z} = E_x(0) \sqrt{\frac{\sigma}{i\omega\mu}} e^{-\sqrt{i\omega\mu\sigma}z}$
- インピーダンス
- $Z_{xy}(0) = \frac{E_x(0)}{H_y(0)} = \sqrt{\frac{\omega\mu}{\sigma}} \sqrt{i} = \sqrt{\frac{\omega\mu}{\sigma}} e^{\frac{\pi}{4}i}$
- $E_x(0)$ は $H_y(0)$ に対して 45° 位相が進む。
- 電場/磁場 振幅比から電気伝導度(比抵抗)を推定し得る。
- 比抵抗 $\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{(Z_{xy}(0))^2}{i\omega\mu}$
- 一様大地でない場合も、見かけの比抵抗が定義できる。
- 見かけ比抵抗 $\rho_a = \frac{|Z_{xy}(0)|^2}{\omega\mu}$

多層構造

- 境界条件: E, Hの接線成分が連続 → インピーダンスも連続

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = i\omega\mu\sigma_l E_x$$

$$k_l = \sqrt{i\omega\mu\sigma_l}$$

$$\rightarrow E_x = Ae^{k_l z} + Be^{-k_l z}$$

$$H_y = \frac{-k}{i\omega\mu} (Ae^{kz} - Be^{-kz})$$

$$l_l = -\frac{i\omega\mu}{k_l}$$

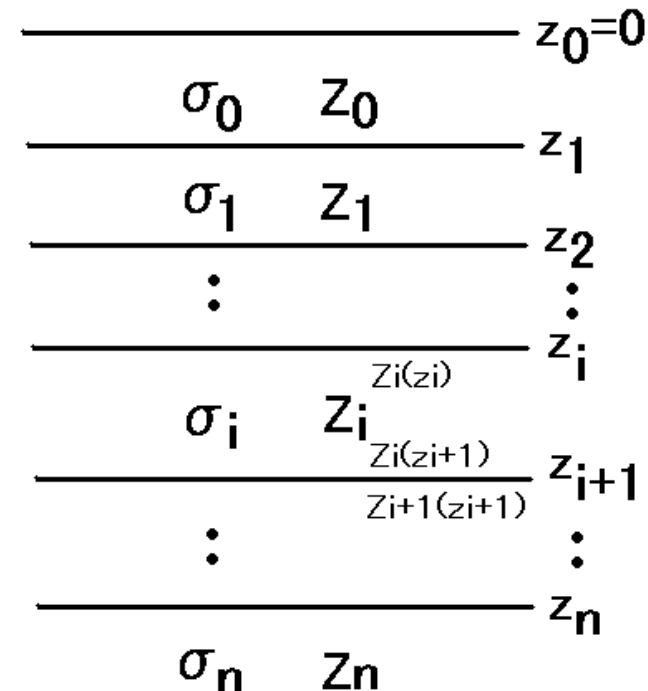
$$Z_l(z) = \frac{E_x}{H_y} = l_l \frac{C_l e^{k_l z} + e^{-k_l z}}{C_l e^{k_l z} - e^{-k_l z}}$$

$$\text{境界条件より } Z_l(z_{l+1}) = Z_{l+1}(z_{l+1})$$

$$\rightarrow C_l = \frac{Z_{l+1}(z_{l+1}) + l_l}{Z_{l+1}(z_{l+1}) - l_l} e^{-2k_l z_{l+1}}$$

$$Z_l(z_l) = l_l \frac{C_l e^{k_l z_l} + e^{-k_l z_l}}{C_l e^{k_l z_l} - e^{-k_l z_l}}$$

- 漸化式が求まった。各層構造が与えられたときに最下層を $Z_n(z) = -l_n$ という初期条件でとけばよい。



観測場所

2011/08/28～29

Site 1

Site 2

Site 1

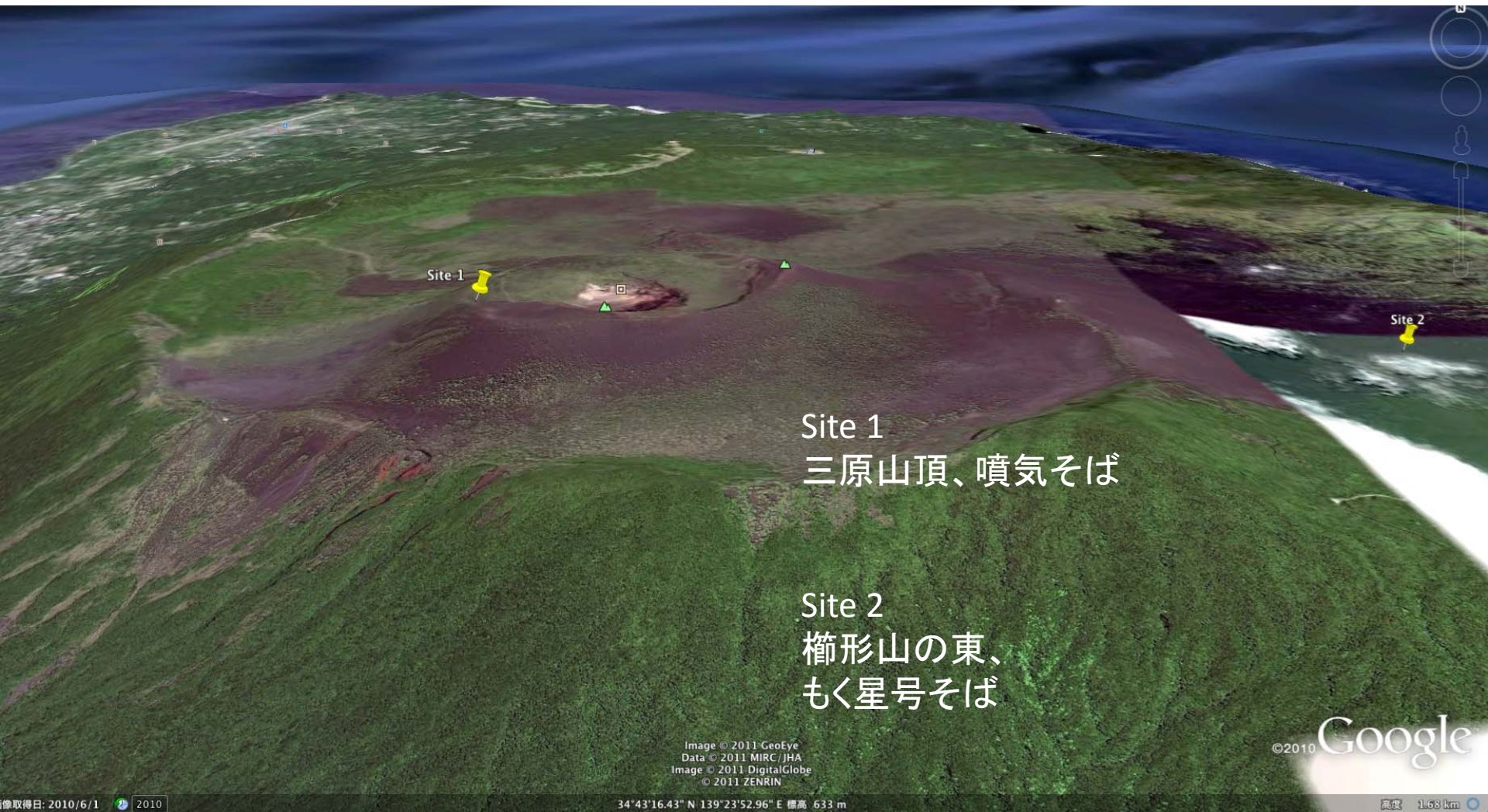
三原山頂、噴気そば

Site 2

櫛形山の東、
もく星号そば

Image © 2011 GeoEye
Data © 2011 MIRC/JHA
© 2011 Cnes/Spot Image
© 2011 ZENRIN

34°43'47.73" N 139°25'38.58" E 標高 398 m



Site 1

Site 1
三原山頂、噴気そば

Site 2

Site 2
楢形山の東、
もく星号そば

Image © 2011 GeoEye
Data © 2011 MIRC/JHA
Image © 2011 DigitalGlobe
© 2011 ZENRIN

©2010 Google

像取得日: 2010/6/1



2010

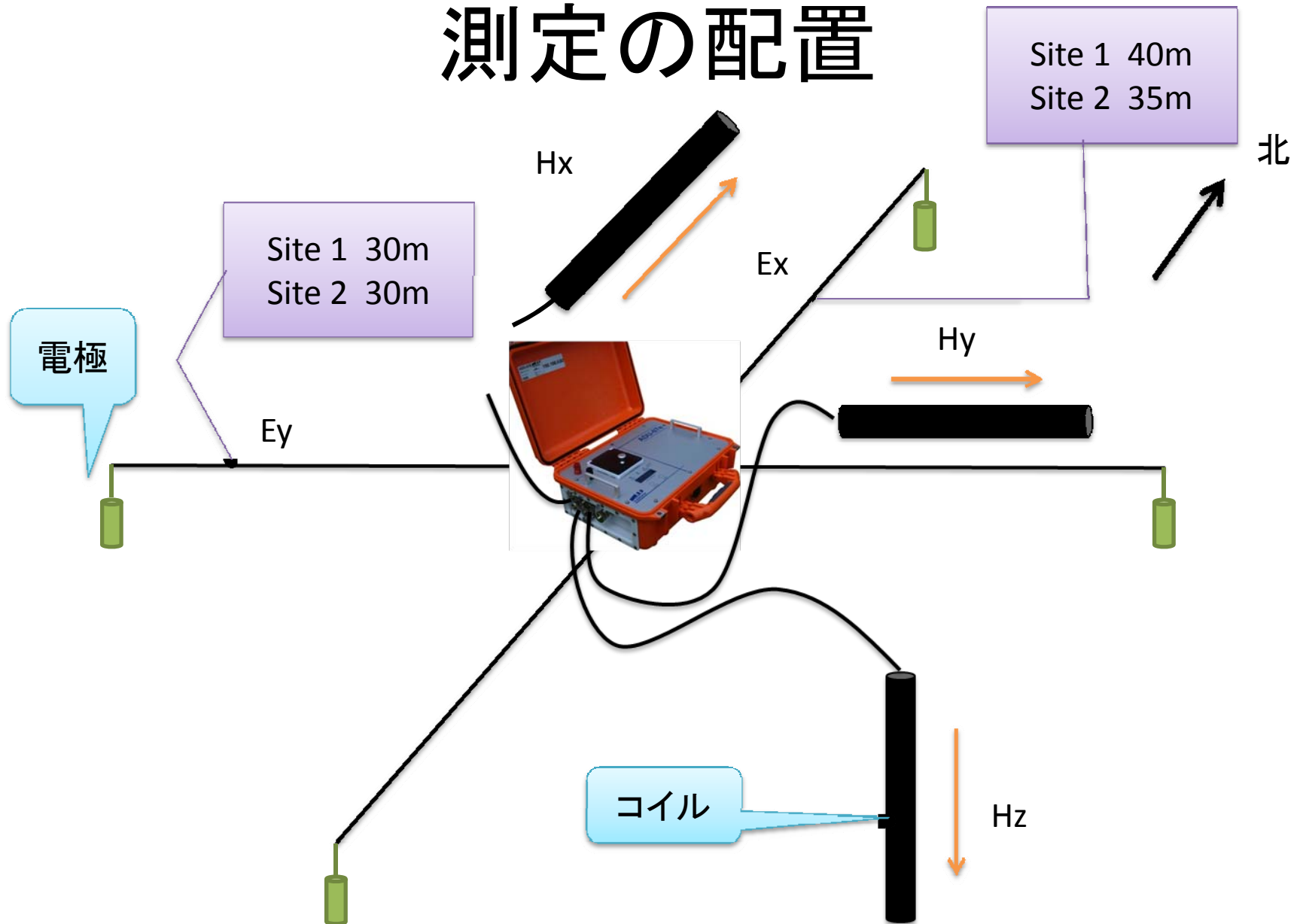
34°43'16.43" N 139°23'52.96" E 標高 633 m

高度 1468 km

観測の手順 広帯域MT観測

- 電極・コイルを埋める場所を決める
- 電極を埋める
- コイルを埋める
- データロガーに電極・コイルからのケーブルをつなげる
- 接地抵抗をはかる
- 自然電位を測る
- PCからデータロガーに設定を入力する

測定配置



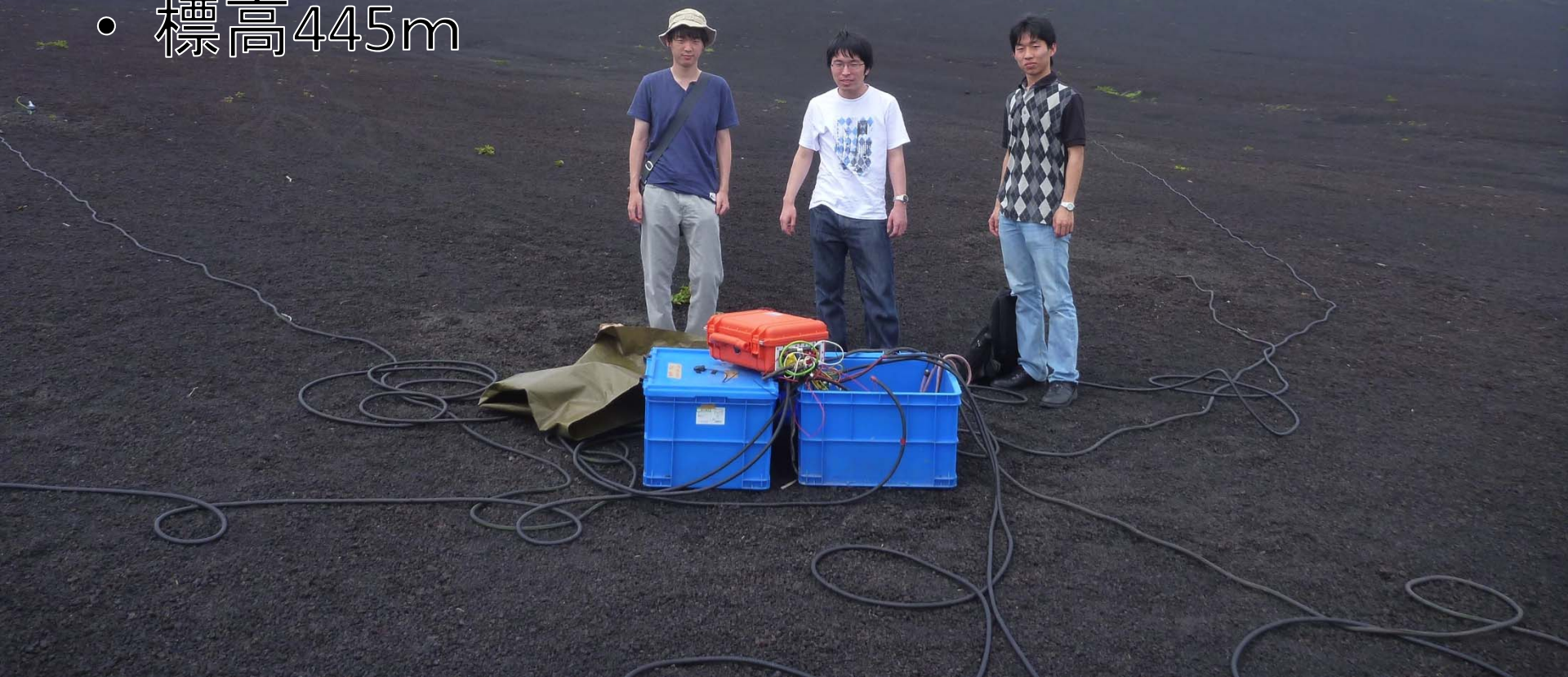
Site 1

- 北緯34度43分35.4秒 東経139度23分26.4秒
- 三原山頂、噴気そば
- 標高684m



Site 2

- 北緯34度43分43.5秒 東経139度25分06.2秒
- 櫛形山の東、もく星号そば
- 標高445m



観測風景

電極の設置場所を決めるために南北方向・東西方向それぞれの距離を測ります。
霧で視界が悪く、風が強く大変でした。

観測風景

電極を埋めています。
電気を通り易くする
ために塩たっぷりの
粘土と食塩水をかけ
ます。



観測風景

コイルを
埋めています



観測データの解析

- 観測データの解析には

MAPROS/SE 0.9.100000.1.47

(metronix社 geophysics Magnetotelluric
Processing Software)

というソフトウェアを使用して、インピーダンスの観測
値を得た

インピーダンスの推定

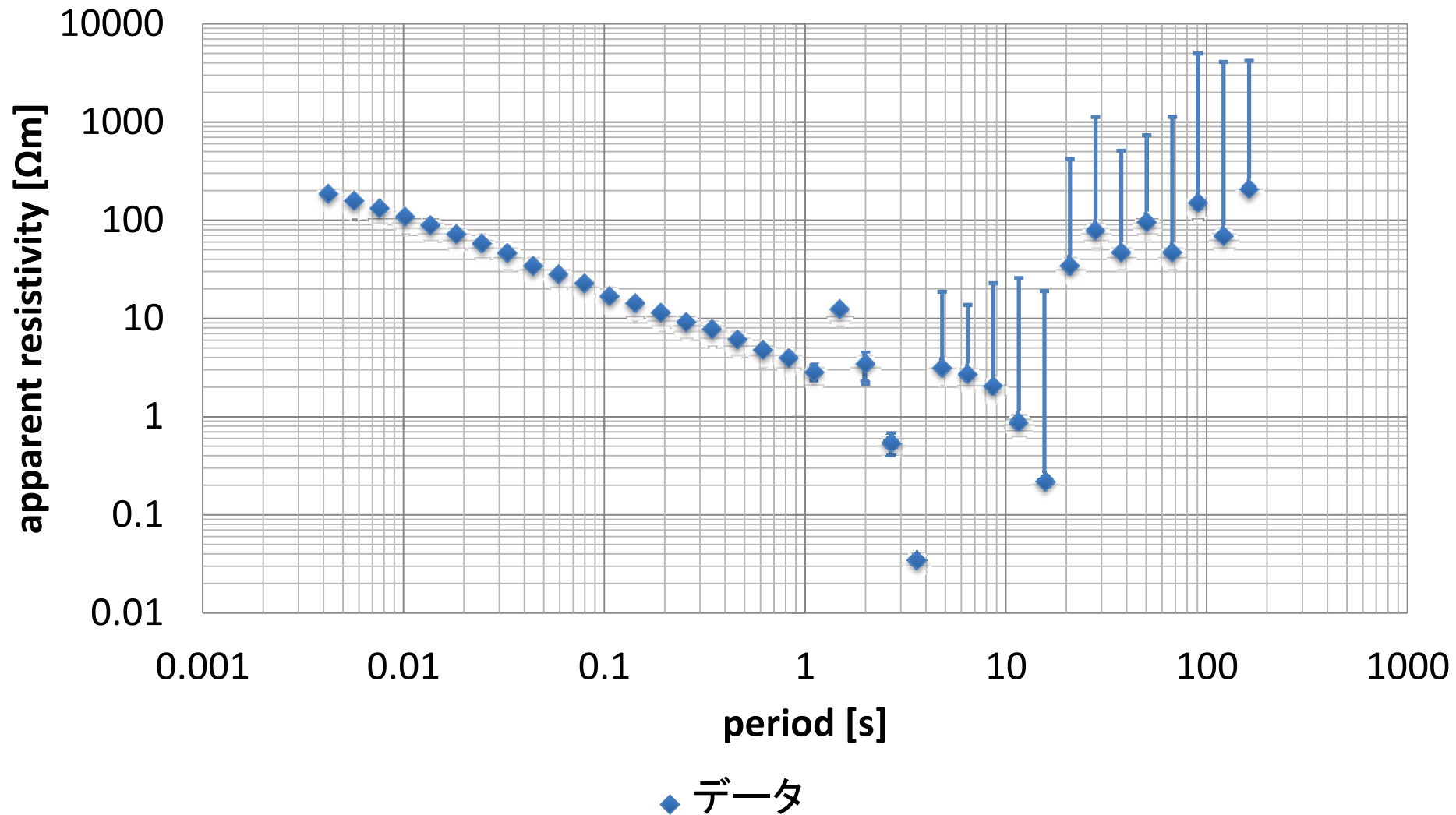
- 周波数領域での関係式

$$E_x = Z_{xx}H_x + Z_{xy}H_y$$

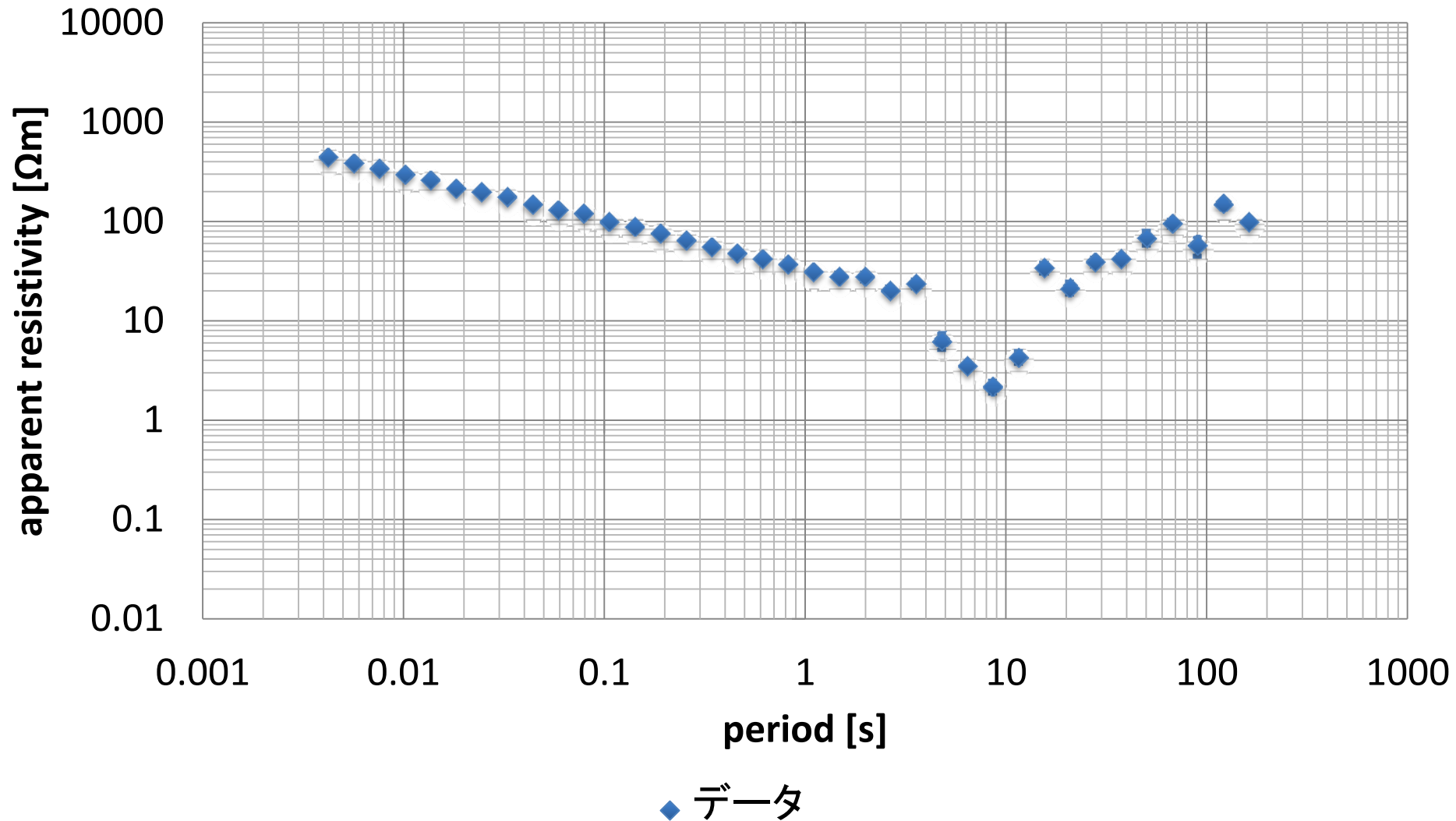
$$E_y = Z_{yx}H_x + Z_{yy}H_y$$

これらについて観測された E_x, E_y, H_x, H_y を説明する $Z_{xx}, Z_{xy}, Z_{yx}, Z_{yy}$ を推定する

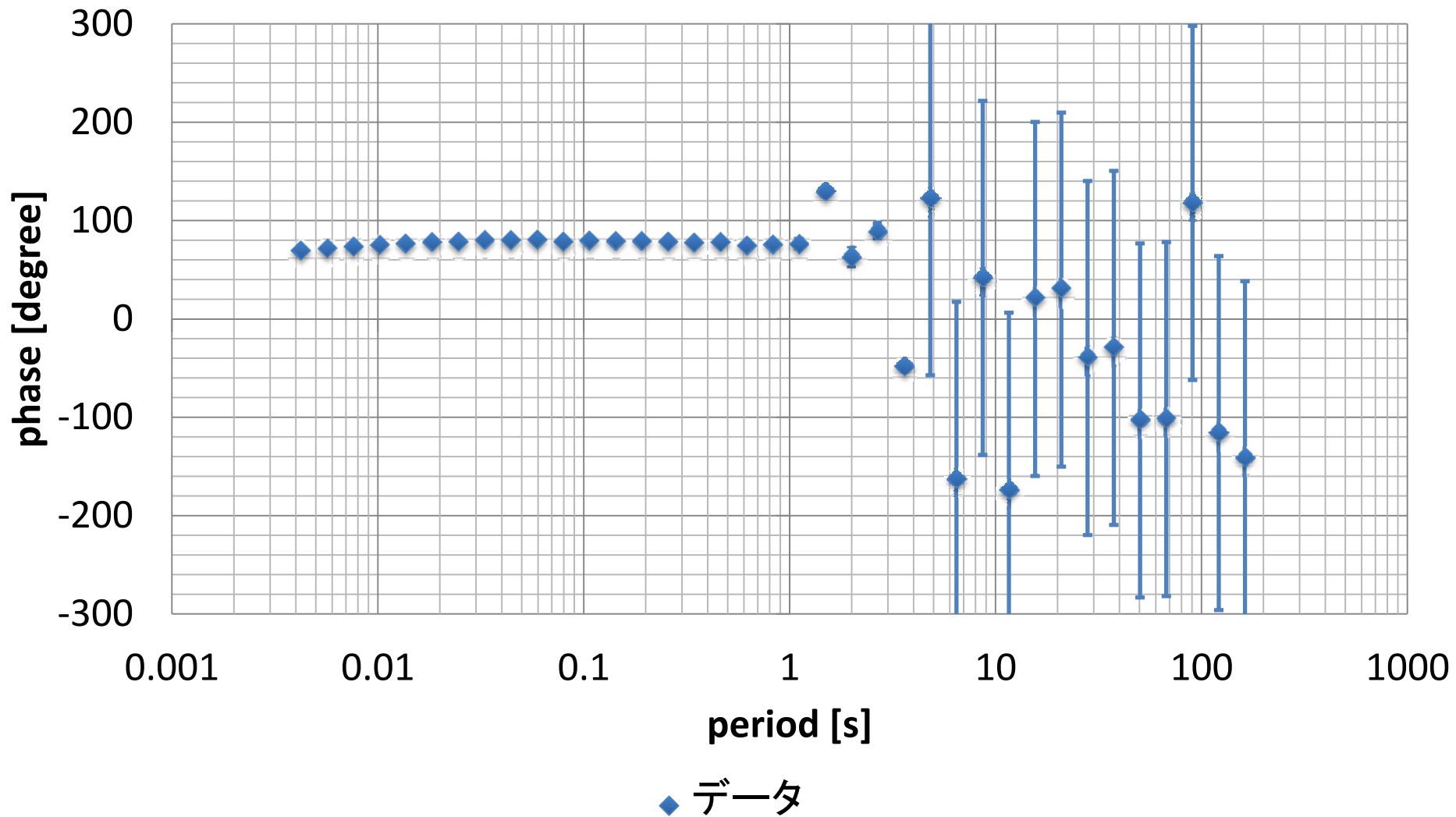
三原山頂噴気付近(Site1) 見かけ比抵抗



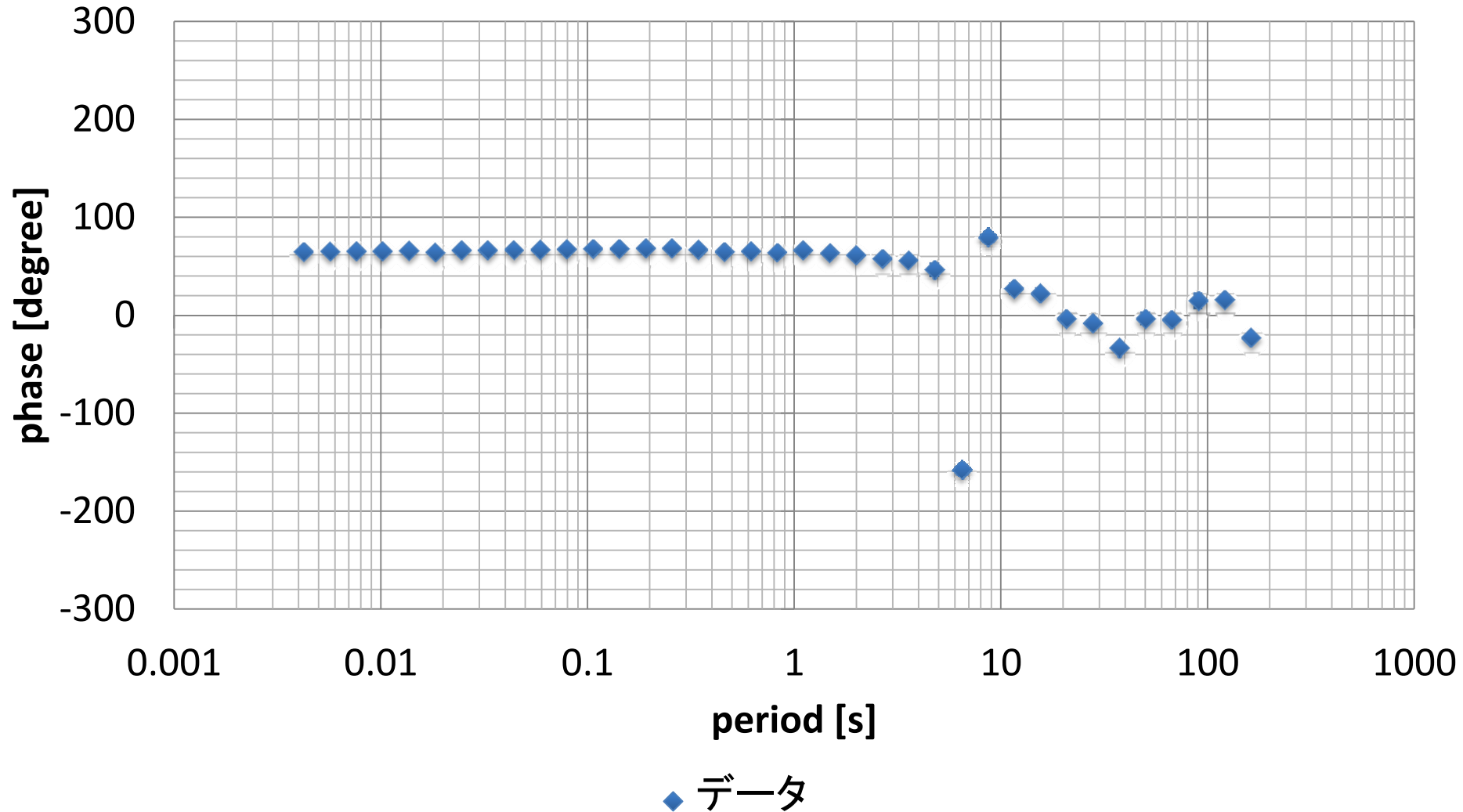
楕形山の東、もく星号のそば(Site2) 見かけ比抵抗



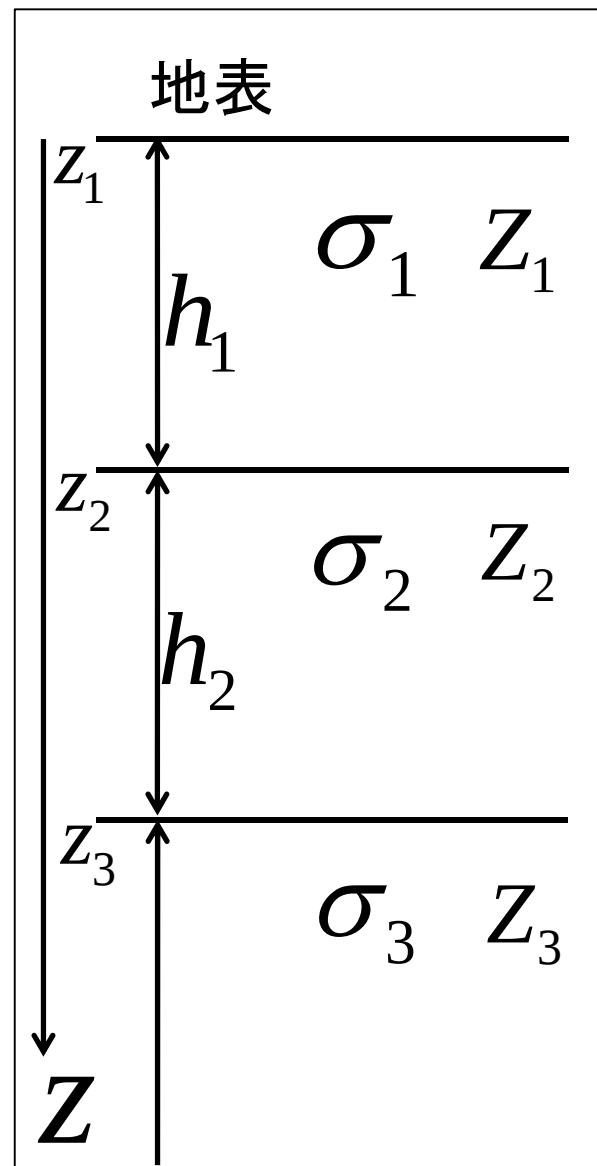
三原山頂噴気付近(Site1) 位相



楕形山の東、もく星号のそば(Site2) 位相



3層モデルの構造推定



$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \end{pmatrix}$$

1次元の場合、 $Z_{xx}=Z_{yy}=0$, $Z_{xy}=-Z_{yx}$
(電場と磁場は直交する成分と関係する)

$$Z_{xy}^n = \frac{E_x^n}{H_y^n} = \frac{A_n e^{k_n z} + B_n e^{-k_n z}}{-\frac{k_n}{i\omega\mu} (A_n e^{k_n z} - B_n e^{-k_n z})} \left(k_n = \sqrt{i\omega\mu\sigma_n} \right)$$

$$Z_3 = \frac{E_x^3}{H_y^3} \rightarrow \frac{i\omega\mu}{k_3} (z \rightarrow \infty)$$

$$Z_{n-1} = Z_n (z = z_n : n = 2, 3)$$

構造推定

- インピーダンステンソル成分の平均

$$Z_{ave} = (Z_{xy} - Z_{yx})/2$$

についてインバージョンした

(1次元の場合 $Z_{xy} = -Z_{yx}$ より、平均をとった)

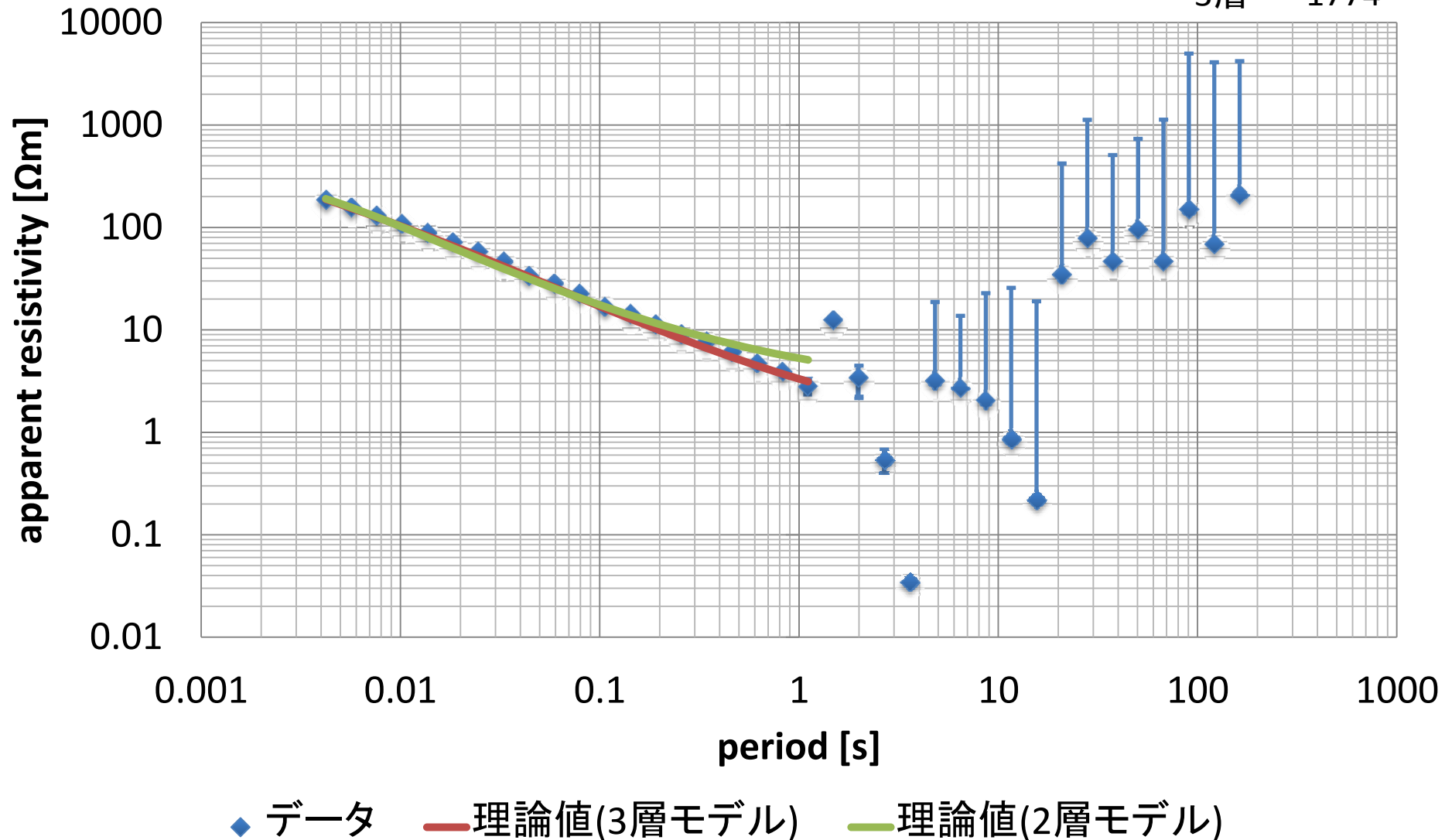
- インピーダンスがよく決定されている240Hz～1Hzまでの周波数領域を用いた

構造推定

- 2,3層モデル
 - 各層の比抵抗
 - 各層の厚さ
- 比抵抗・・・0.1[Ωm]から $e^{0.5}$ 倍ずつしていき21通り
- 厚さ・・・1[m]から $e^{0.5}$ 倍ずつしていき21通り
- $\sum_i |Z_{\text{obs},i} - Z_{\text{syn},i}|^2 / \varepsilon_i^2$ が最小となるような比抵抗と層境界の厚さを3層の場合は $21^5 = \text{約}400\text{万}$ 通りのうちから探索

三原山頂噴気付近(Site1) 見かけ比抵抗

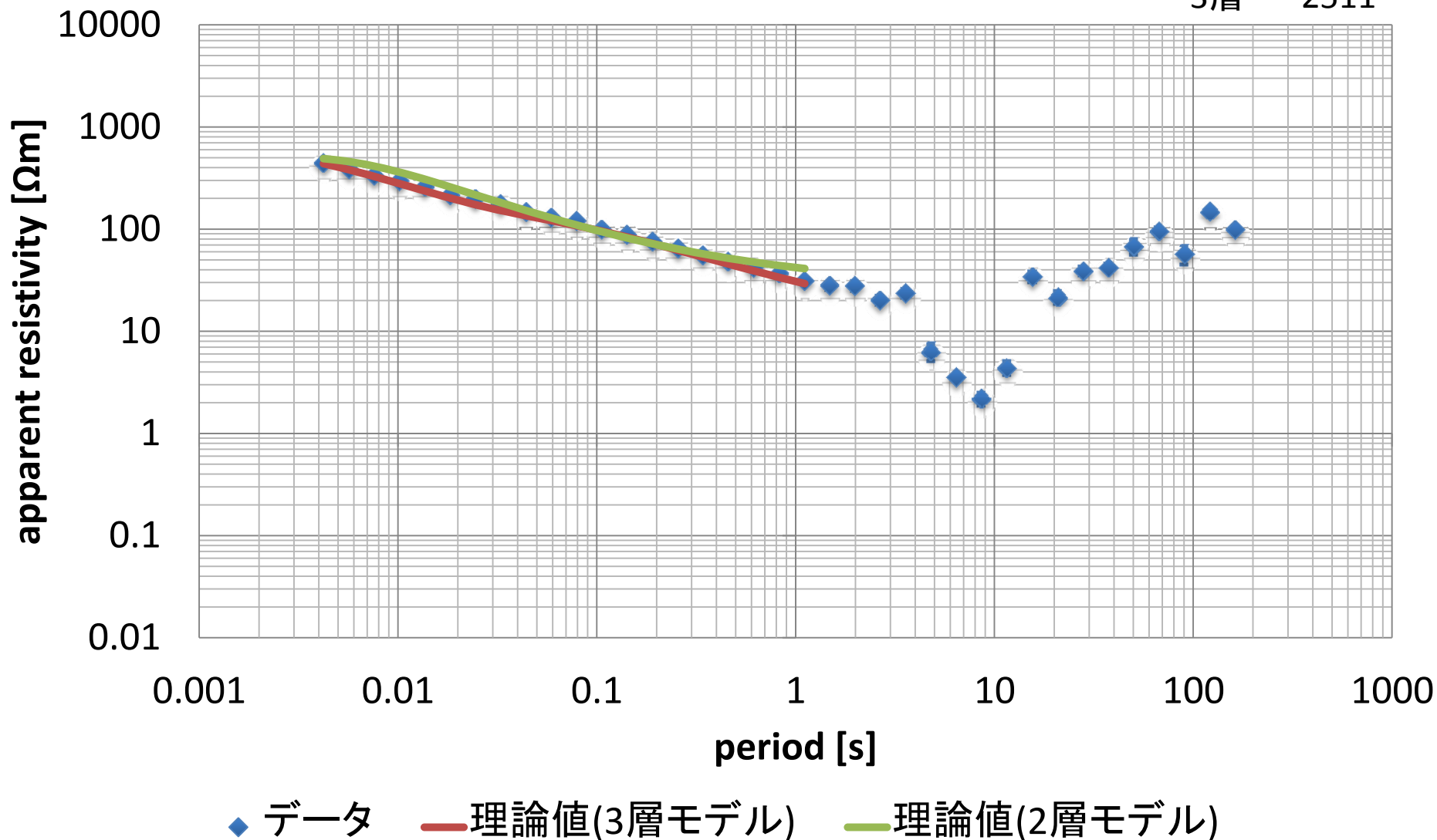
Chi-square
2層...4681
3層...1774



橈形山の東、もく星号のそば(Site2)

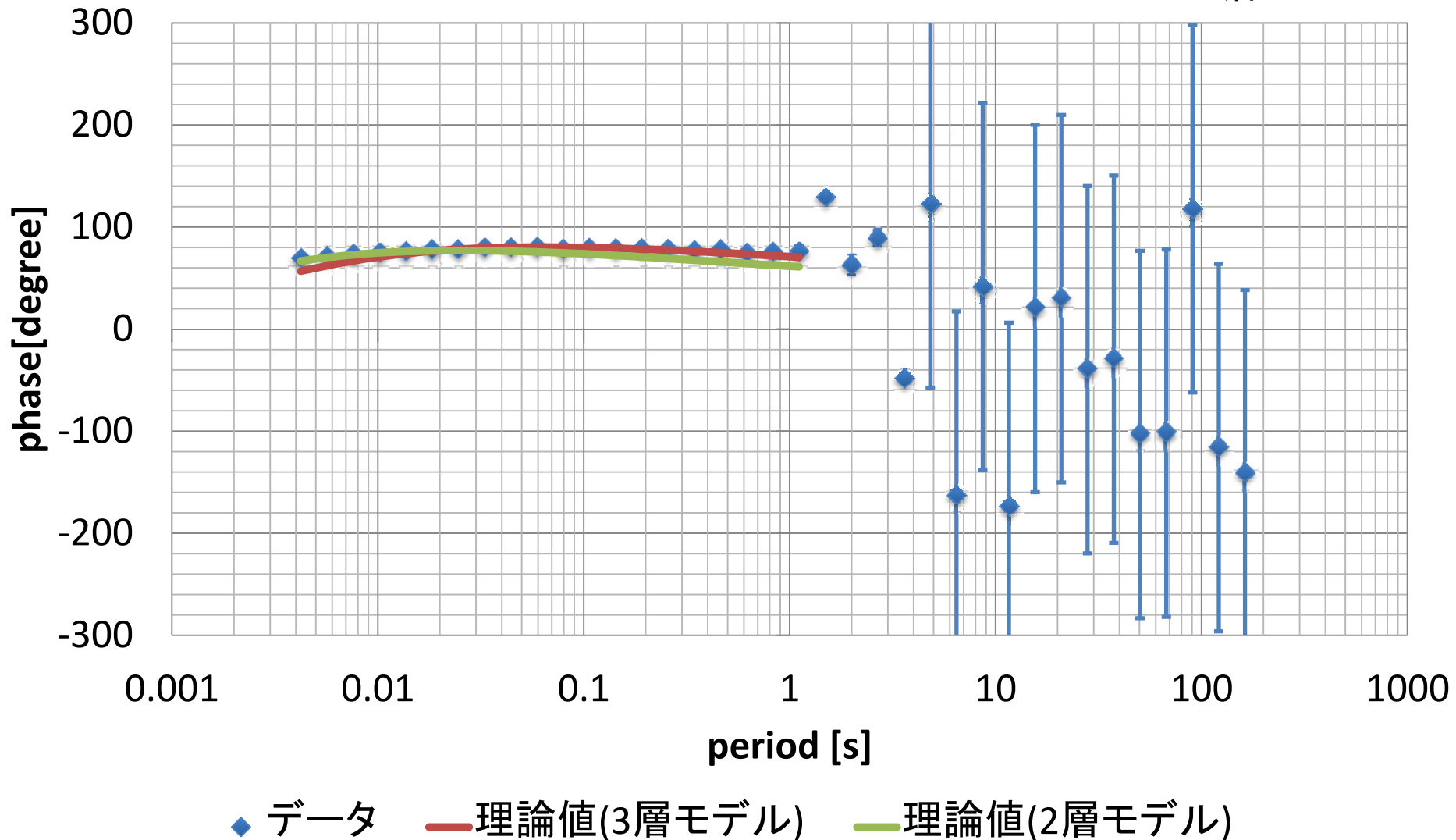
見かけ比抵抗

Chi-square
2層...28508
3層...2511



三原山頂噴気付近(Site1) 位相

Chi-square
2層...4681
3層...1774



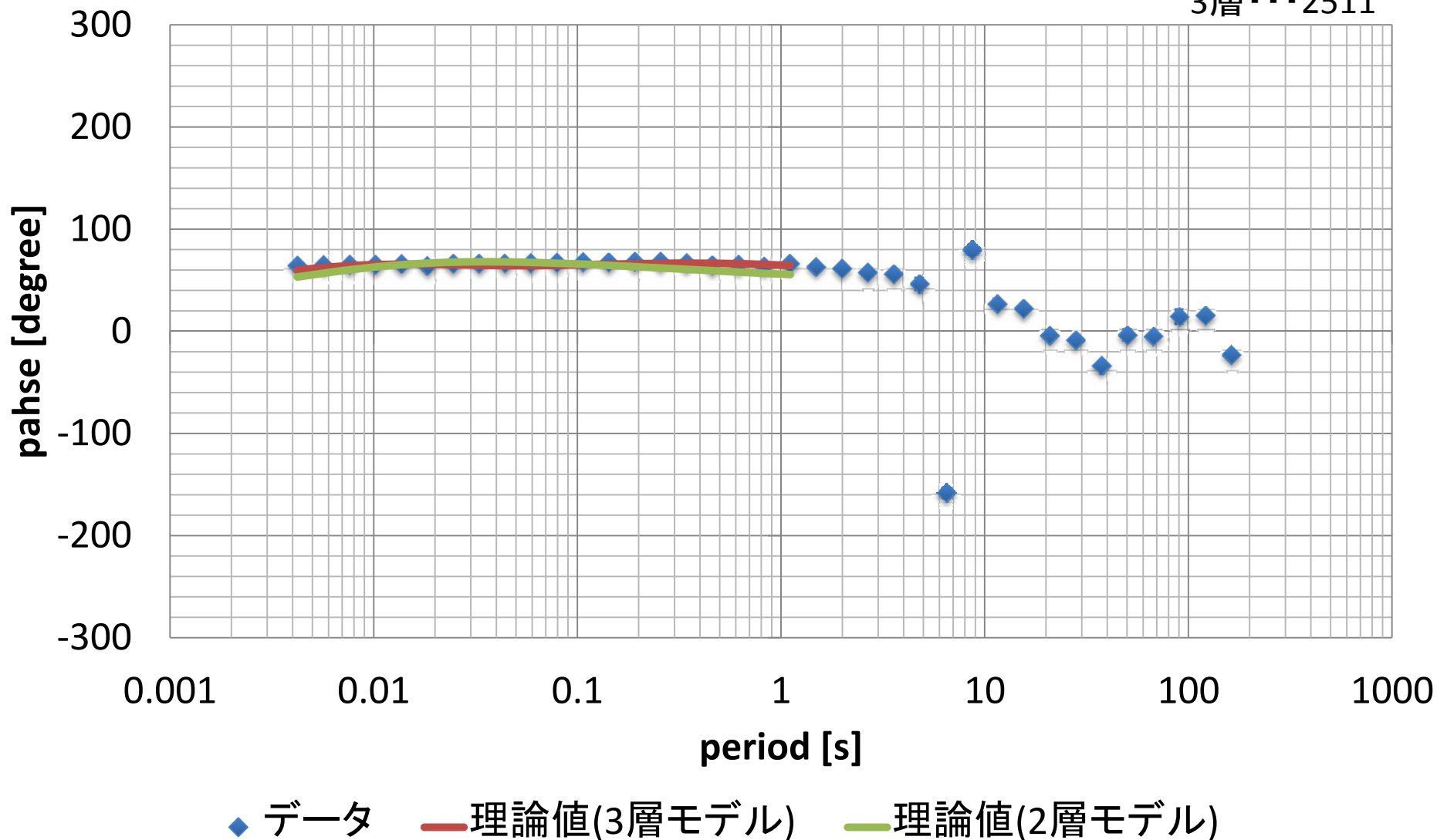
楕円山の東、もく星号のそば(Site2)

位相

Chi-square

2層・・・28508

3層・・・2511

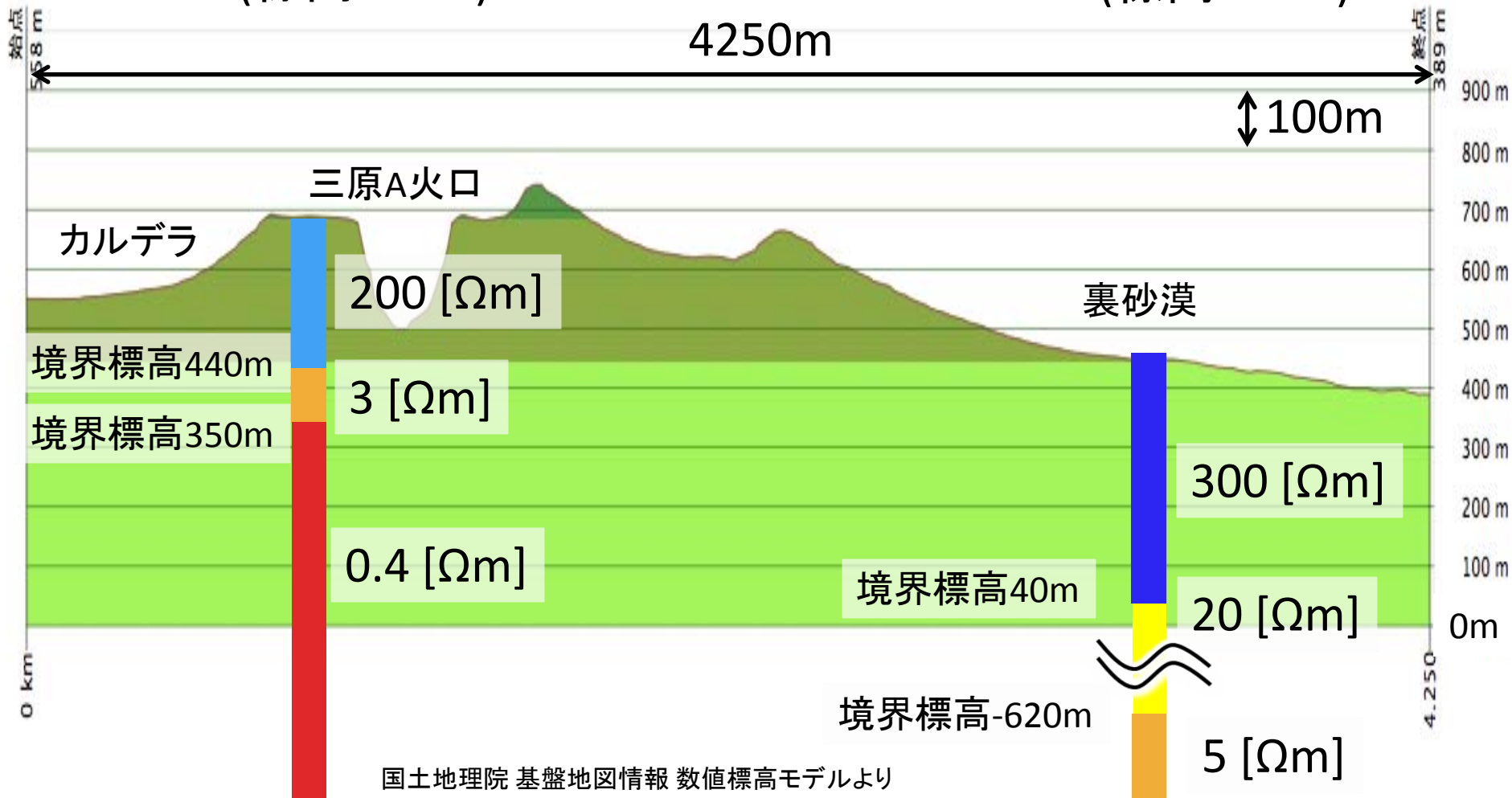


2地点での 1次元多層構造推定モデル

Site1(標高684m)

Site2(標高445m)

4250m



考察

- 2地点での比抵抗の違いが見られた

→火口付近の比較的浅いところでは 10Ω 未満の低比抵抗の領域が存在

→しかし、現在活発な火山活動は無いため、マグマではなく熱水か粘土のような水分を含む鉱物が存在していると考えられる

まとめ

- 比抵抗構造を求めるための理論的な物理を学んだ。
- 観測機器の使い方を学んだ。
- 実際に火山の噴気に近いところと遠いところで観測した。
- データ解析をして、比抵抗構造を求めた。2点の構造の違いが検出された。
- 火山の比抵抗構造について考察した。