熱学

2013年9月20日

志水宏行・瀧川朗・蓜島大資

イントロダクション

地殻熱流量・・・・地下から流出する熱量

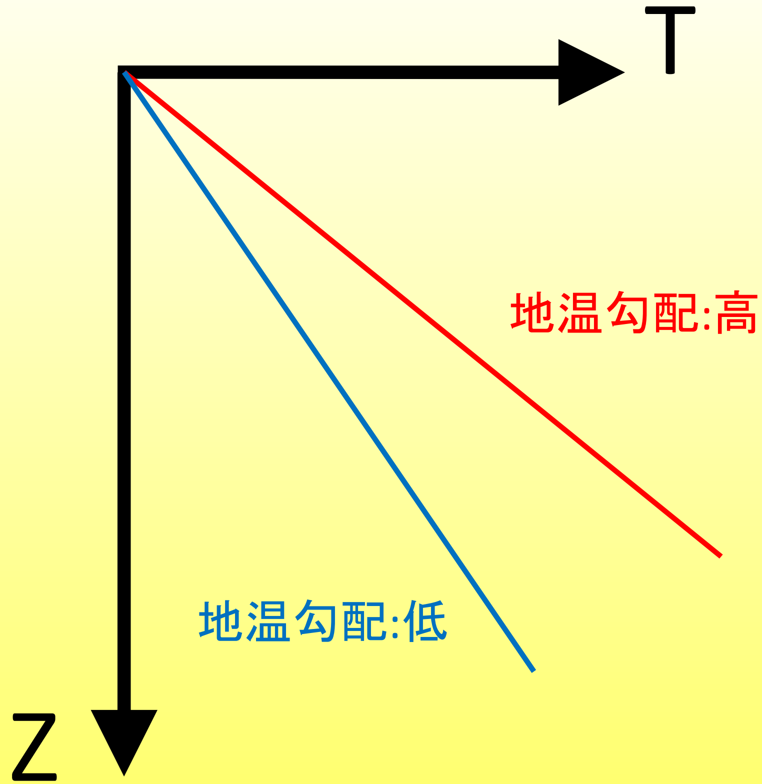
単位時間・単位面積あたり

$[J/m^2/s] = [W/m^2]$

熱流量　= 熱伝導率 × 地温勾配

<u>地下の温度構造を</u>

<u>知るための境界条件</u>



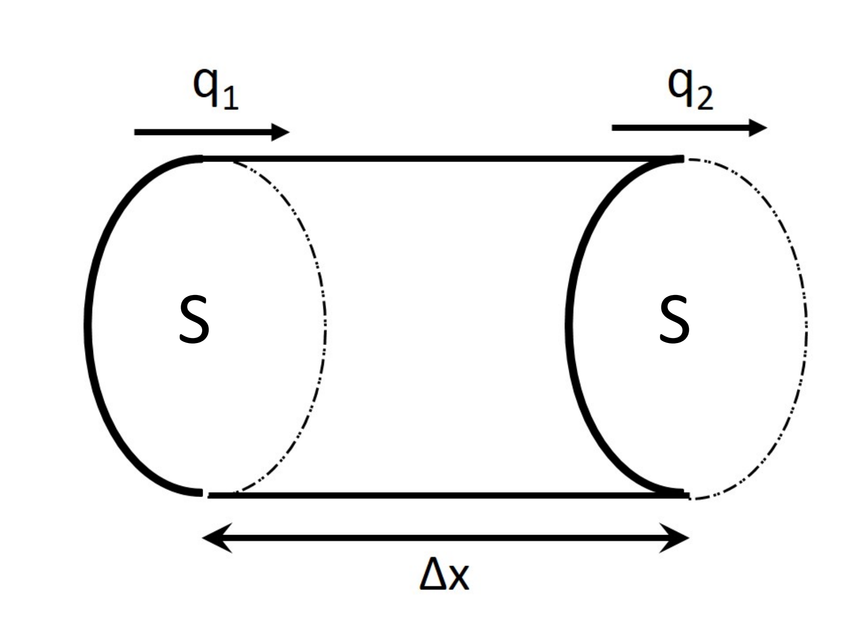
理論背景

与えた熱量ΔQと温度の変化ΔTの関係

$\Delta Q = mc\Delta T$　m: 質量　c: 比熱

フーリエの法則　$q = -k\frac{dT}{dz}$

q :熱流量(単位時間・単位面積あたりに流出する熱量) k :熱伝導率



円筒を考えると

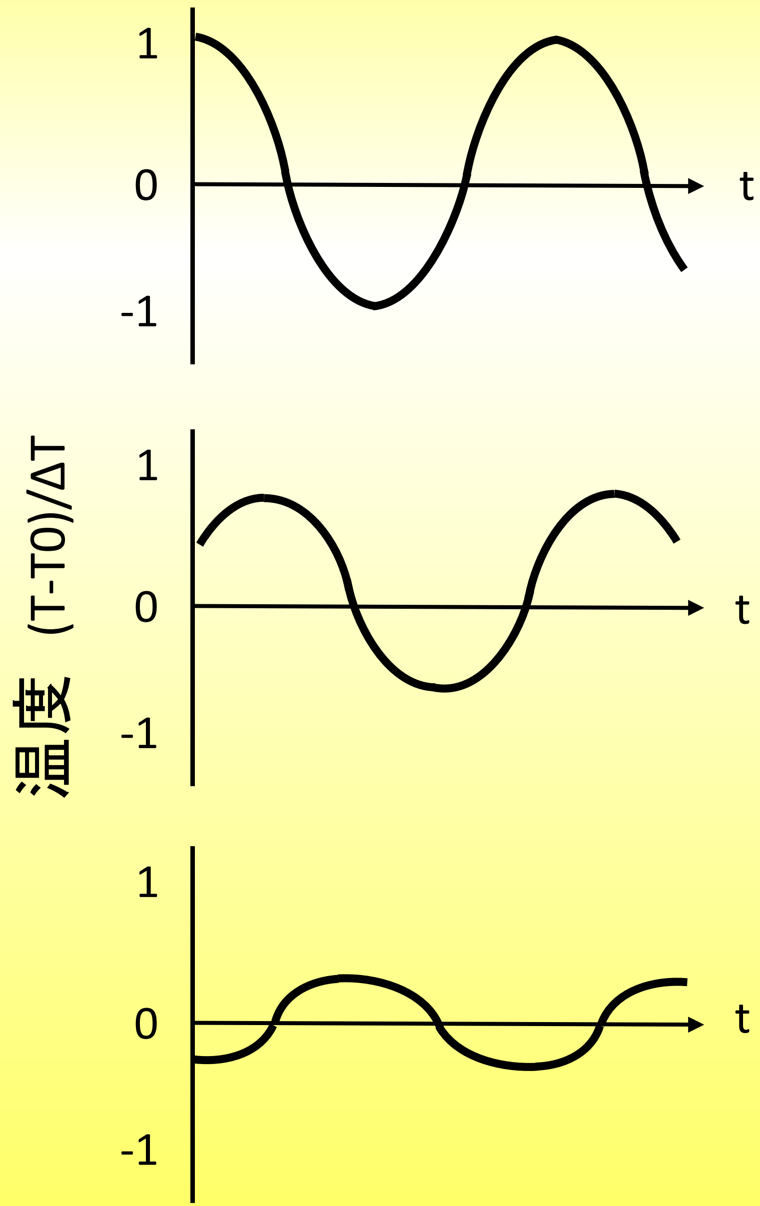
$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{mc}\frac{dQ}{dt} = \frac{1}{\rho S\Delta x c}(q_1 S - q_2 S)$$

$$= \frac{1}{\rho c\Delta x}(q_1 - q_2) \underset{\Delta x \to 0}{\rightarrow} -\frac{1}{\rho c}\frac{\partial q}{\partial x}$$

熱拡散方程式　$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$

$\kappa = k/\rho c$ =熱拡散率

周期的温度変動の浸透



$$T(0,t) = A\cos\left(\frac{2\pi t}{P}\right)$$　P: 周期

$$T(z,t) = A\ exp\underbrace{\left(-\sqrt{\frac{\pi}{\kappa P}}z\right)}_{①}\cos\underbrace{\left(\frac{2\pi t}{P}-\sqrt{\frac{\pi}{\kappa P}}z\right)}_{②}$$

深くなるにつれ
①振幅の減衰
②位相遅れ　が出る

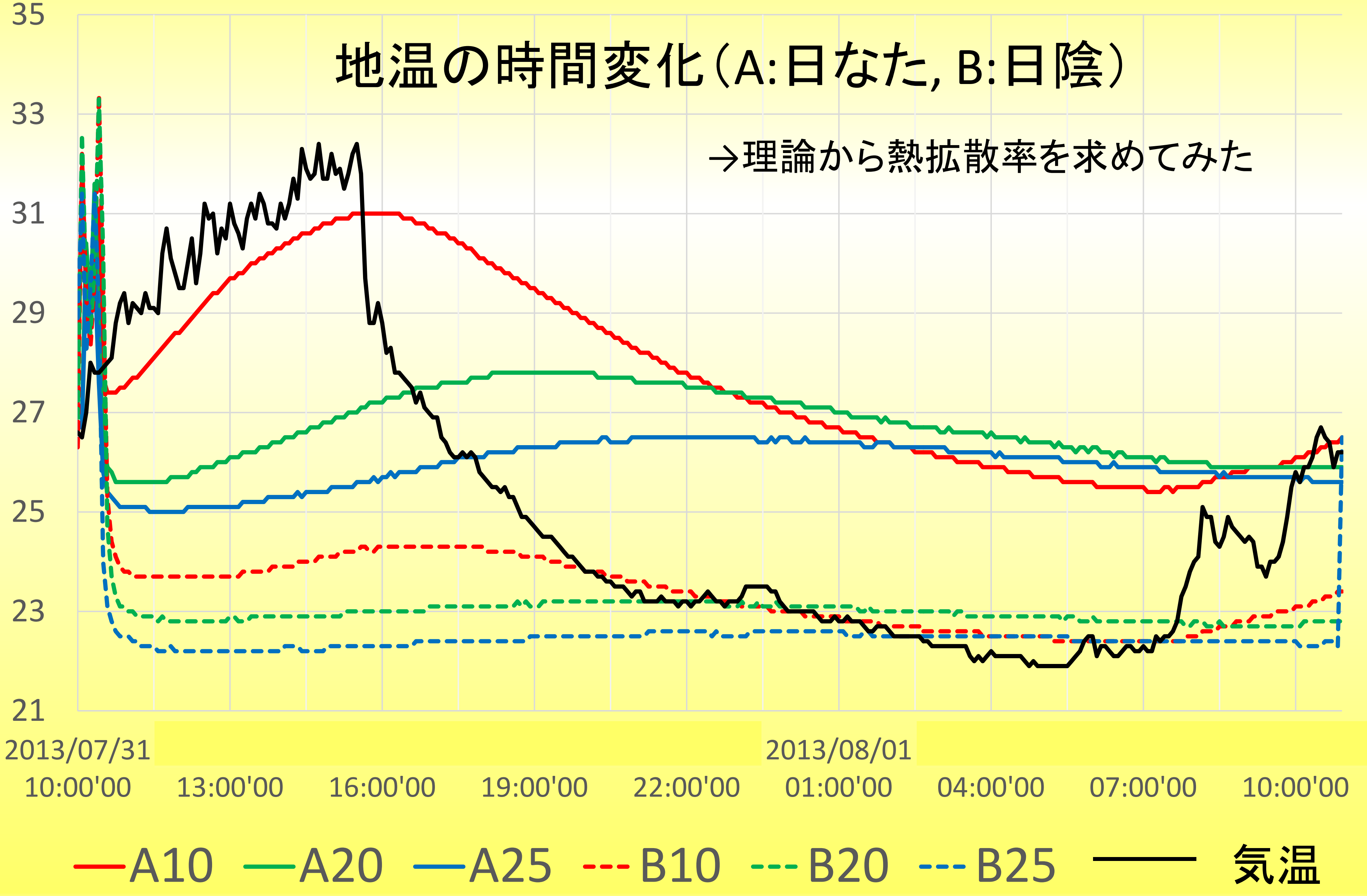
→24時間での地中の温度変化を観測して
熱拡散率を求めてみた。

棒に温度センサーを設置
(深さ10cm, 20cm, 25cm)

地面に埋める
(日なたの場合)

日陰の場合・大気中に
ついても同様に設置

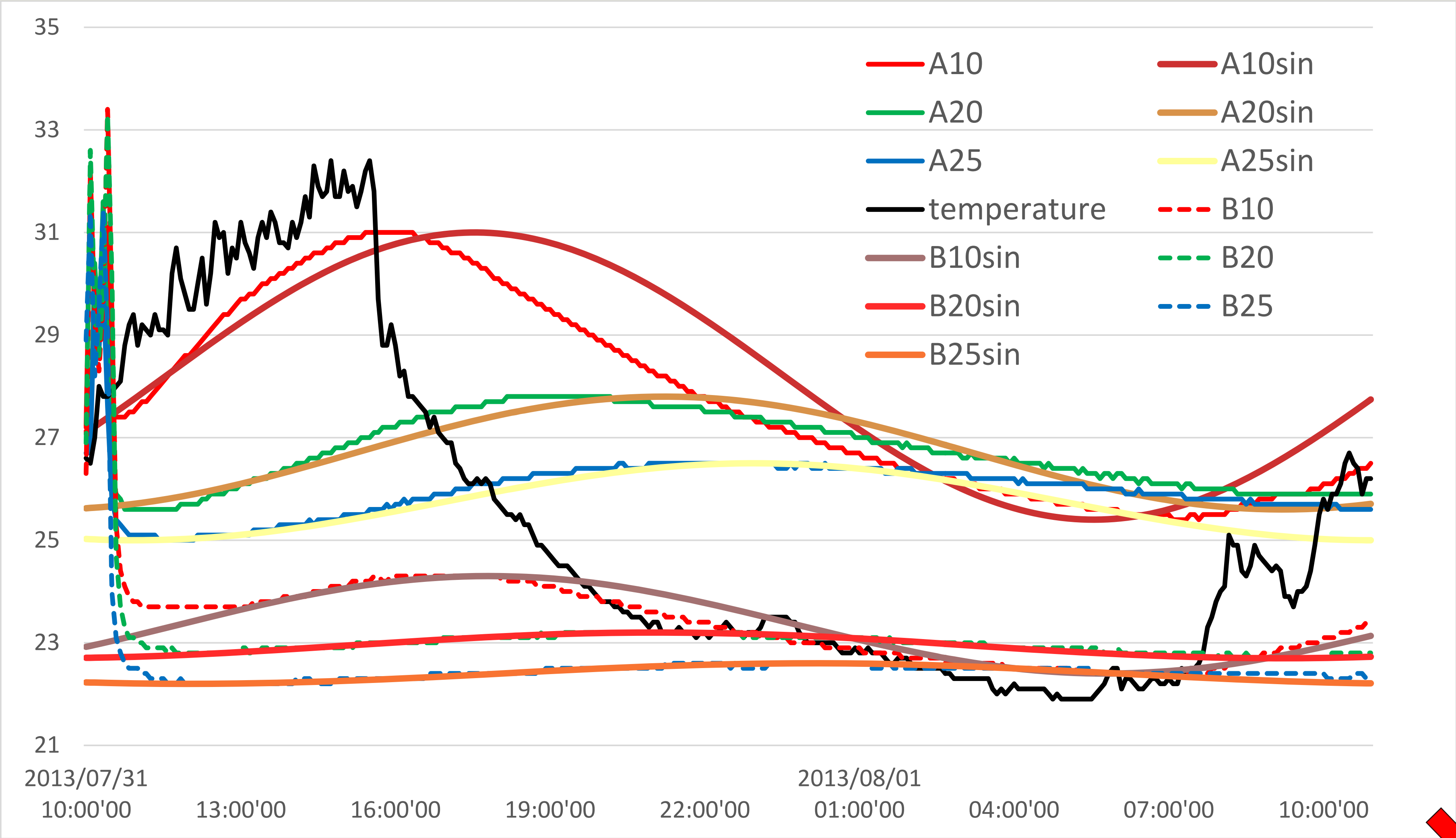
結果



地温の時間変化（A:日なた, B:日陰）
→理論から熱拡散率を求めてみた
35
33
31
29
27
25
23
21
2013/07/31
10:00'00
13:00'00
16:00'00
19:00'00
22:00'00
2013/08/01
01:00'00
04:00'00
07:00'00
10:00'00
A10
A20
A25
B10
B20
B25
気温

①sin関数フィッティング

- 周期を1日に固定し、気温の最大・最小値から振幅を決定。
- 最大と最小の時刻の中間を位相 0°とした。



→気温の最大・最小値の間隔が12時間からずれているため、地表に近いほどフィットしない。

②熱拡散方程式から差分計算

- 計算式

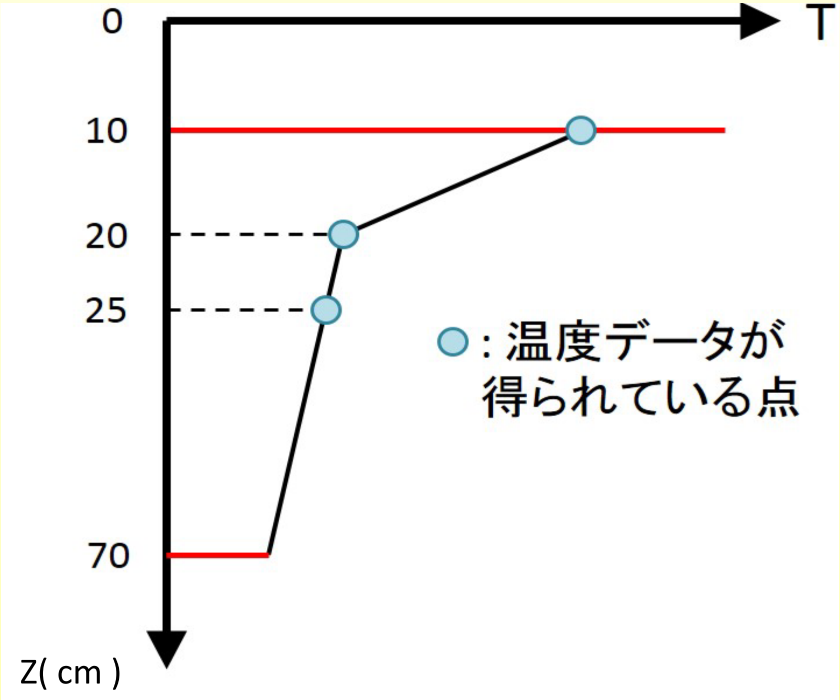
$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

$$\rightarrow \frac{T_{n+1}^{j} - T_{n}^{j}}{dt} = \kappa \frac{T_{n}^{j+1} - 2T_{n}^{j} + T_{n}^{j-1}}{dz^2}$$

$$\rightarrow \boxed{T_{n+1}^{j} = T_{n}^{j} + \kappa \frac{dt}{dz^2}(T_{n}^{j+1} - 2T_{n}^{j} + T_{n}^{j-1})}$$

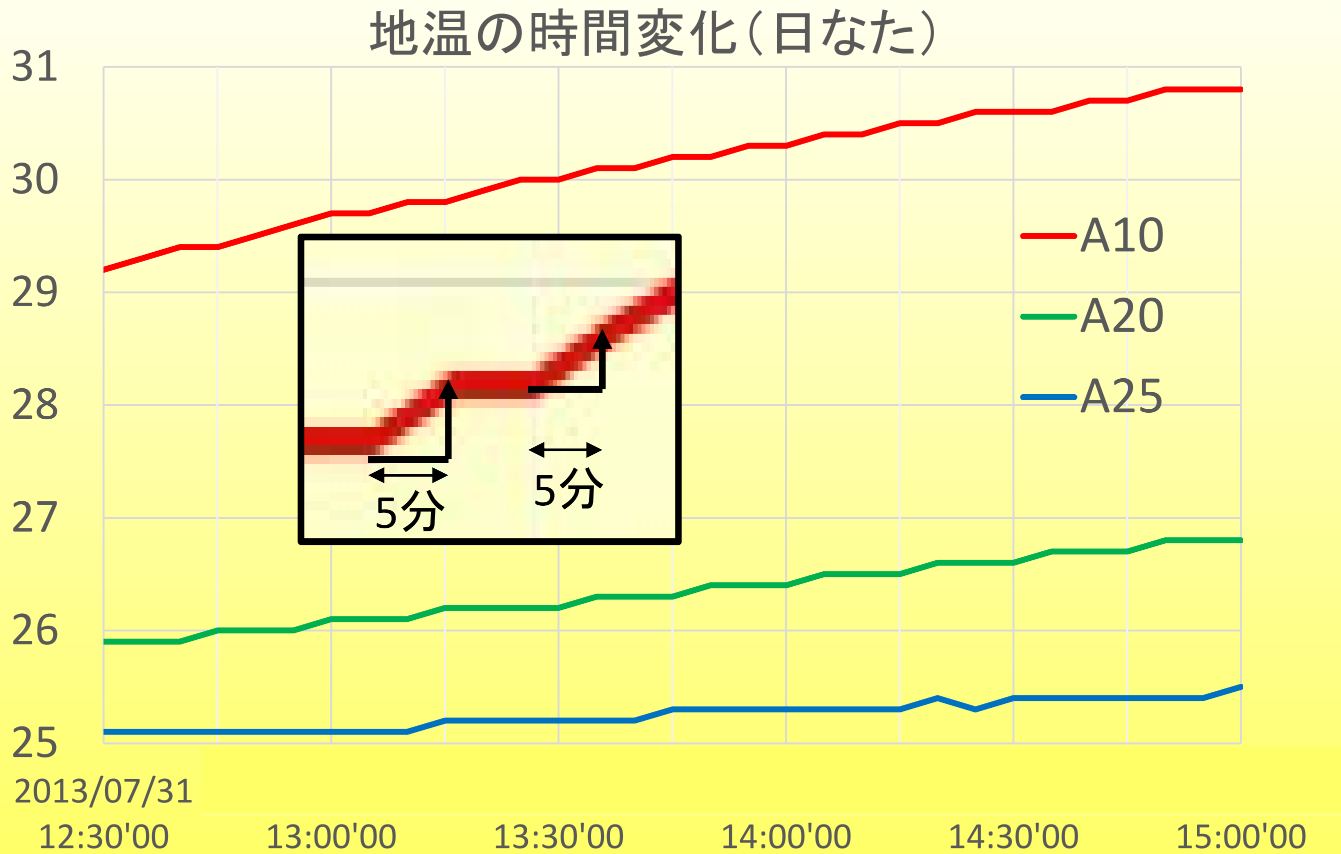
- 初期条件(右図)

- 境界条件
  - ➢ z=10(cm)での温度データ
  - ➢ z=70(cm)では放射境界（傾きを保ったまま地下に抜けていく）

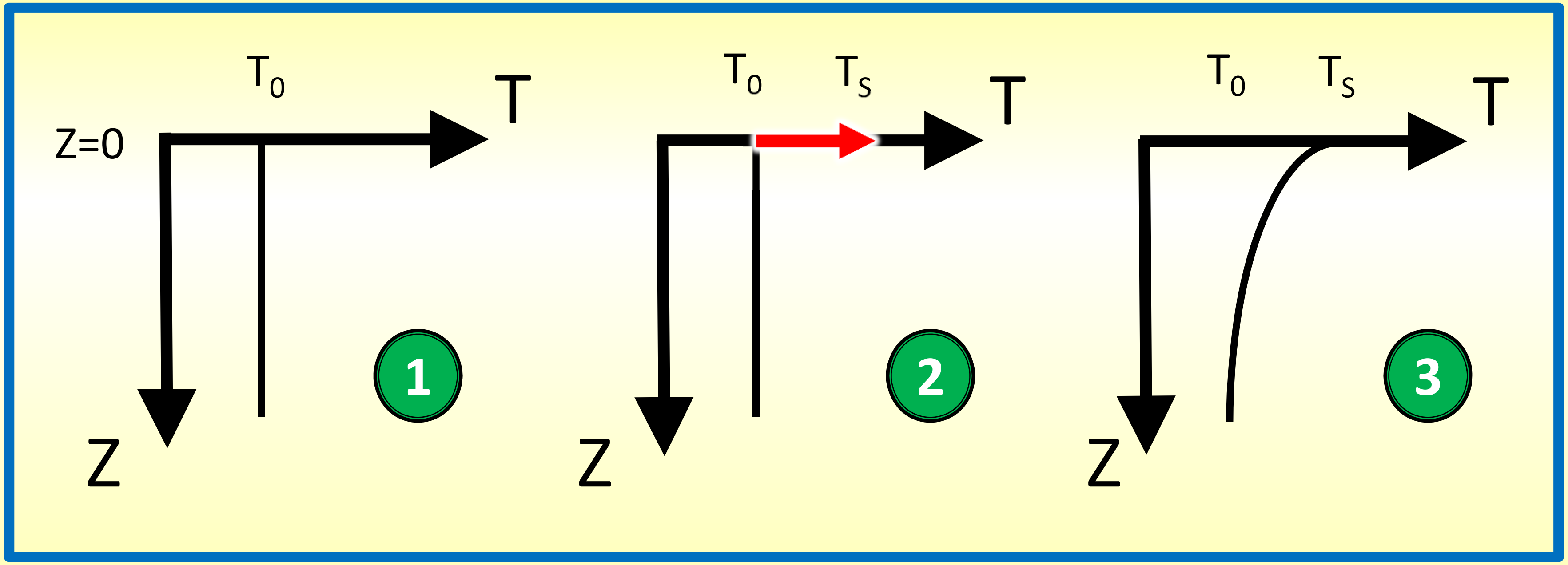


③ステップ状の温度変化の重ね合わせ

- 5分ごとに得られている深さ10cmの温度変化データを、ステップ関数の連続と考えた。
- 深さ20cm,25cmにおける理論的な応答を、求めたい時刻まで重ね合わせて、以降の時刻の温度を計算してみた。



ステップ状の温度変化



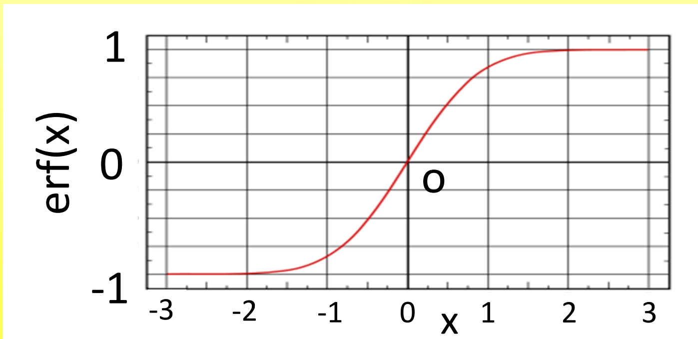
$$T(0,t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ \Delta T & (t \geqq 0) \end{cases}$$ のとき、

$$T(z,t) = \Delta T\left[1 - \mathrm{erf}\left(\frac{z}{2\sqrt{\kappa t}}\right)\right]$$

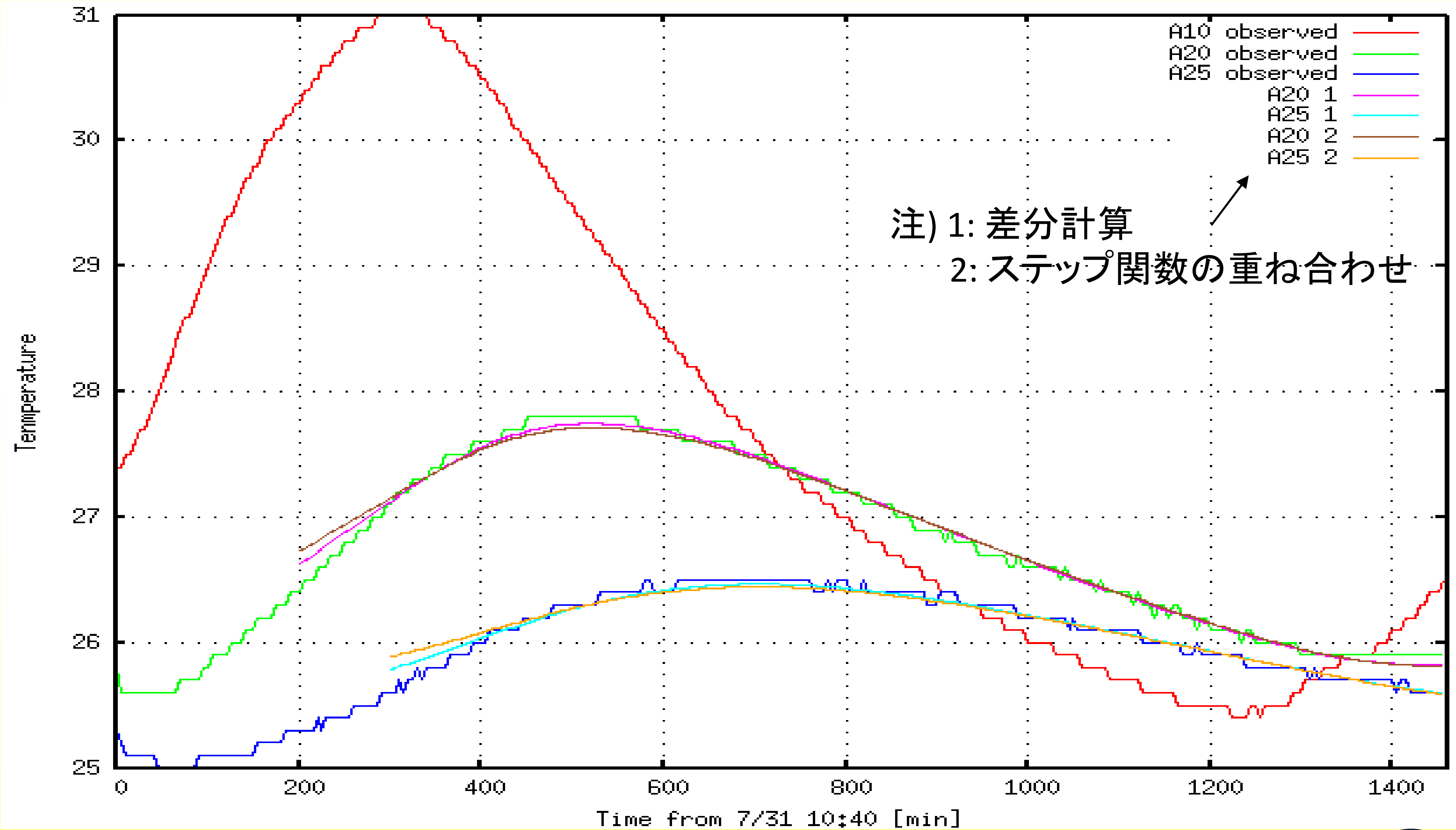
$$= \Delta T \quad \mathrm{erf}c\left(\frac{z}{2\sqrt{\kappa t}}\right)$$

※誤差関数erf・・・統計などで使われる

$$\mathrm{erf}\,(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-t^2}\,\mathrm{d}t$$

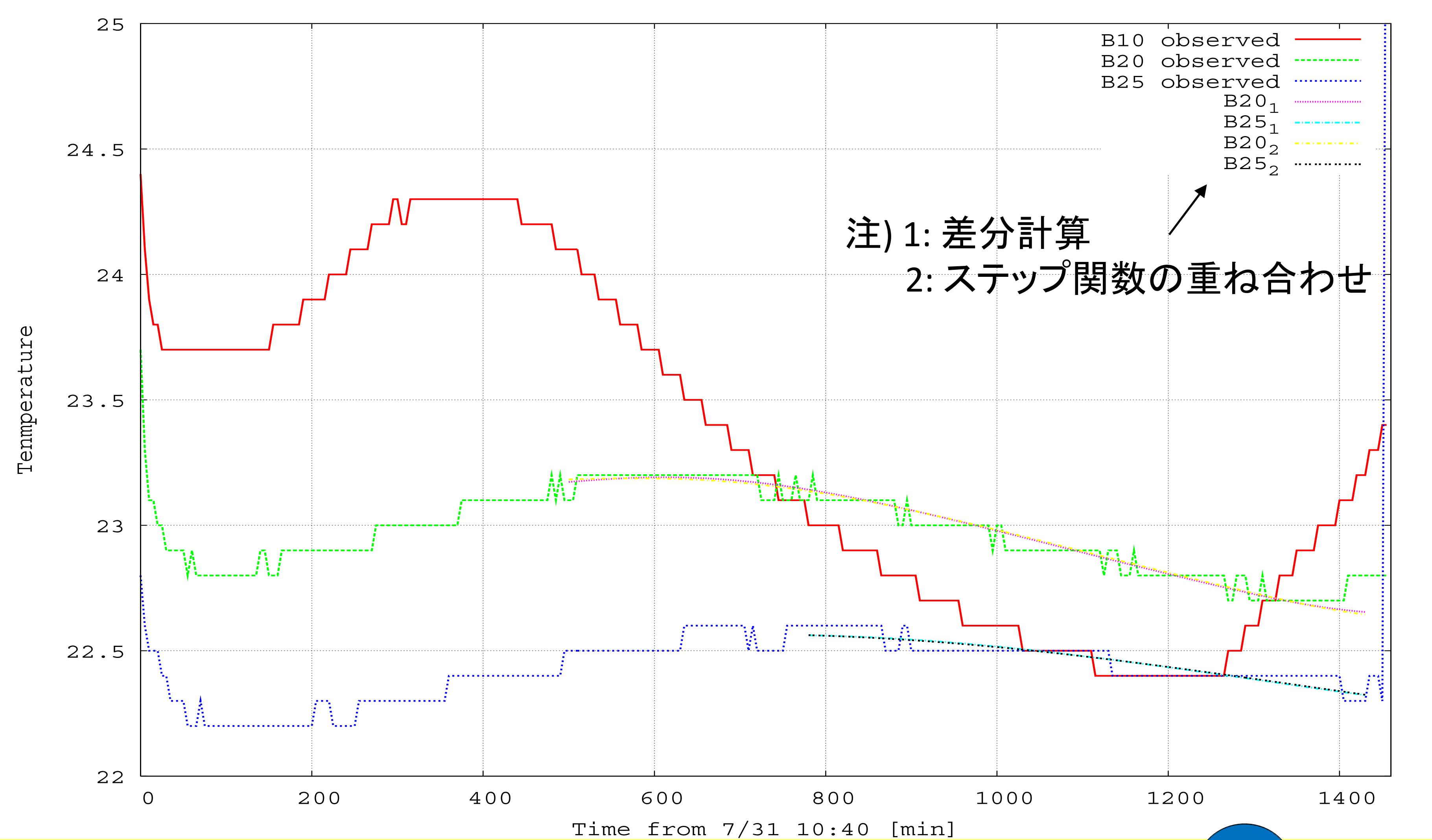


②と③の解析結果(日なた)



とてもよくフィットした。(最小2乗法で評価) ○

②と③の解析結果(日陰)

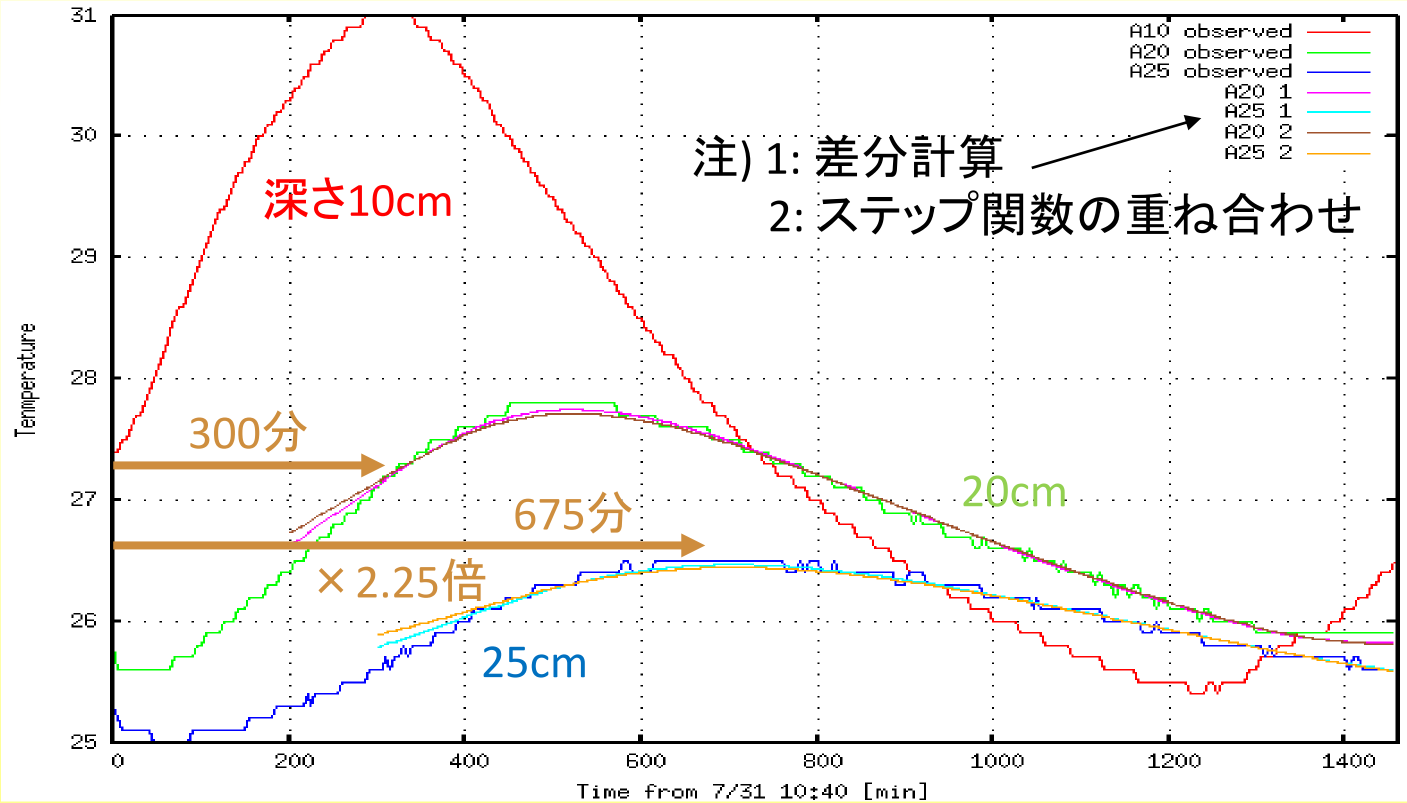


日陰の場合もよくフィットした。○

時定数の考察

熱拡散方程式より $\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$ ➡ $\frac{\Delta T}{\Delta t} = \kappa \frac{\Delta T}{(\Delta z)^2}$ ➡ $\Delta t = \frac{(\Delta z)^2}{\kappa}$

となるので熱が伝わる<u>時間の差は、深さの差の2乗</u>に比例するはず



深さ10cmでの温度変化が20cmでの温度変化に影響を与えるまで300分。
時定数の考察から10cmでの温度変化が25cmでの温度変化に影響を与えるまで
$(15/10)^2 = 1.5^2 = 2.25$倍で675分後ほどかかるはずだが、それより前から合っている？

解析から求めた熱拡散率

フィットさせた時の熱拡散率κは以下の表の通り。

κ（×10^{-7} m^2/s)	日なた20cm	日なた25cm	日陰20cm	日陰25cm
熱拡散方程式から差分計算	3.5	2.8	1.4	1.4
ステップ関数の重ね合わせ	3.1	2.5	1.2	1.2

- 2桁目を変化させてもフィットの具合は大きく変わらなかったの
- κ ～ 10^{-7} m^2/s　と見積もれる。

- 熱拡散率は日なたと日陰で異なる値になった。

　→実習での別の実験で、土壌中の空気を水分（寒天）で満たすと、熱拡散率が高くなることを学んだ。

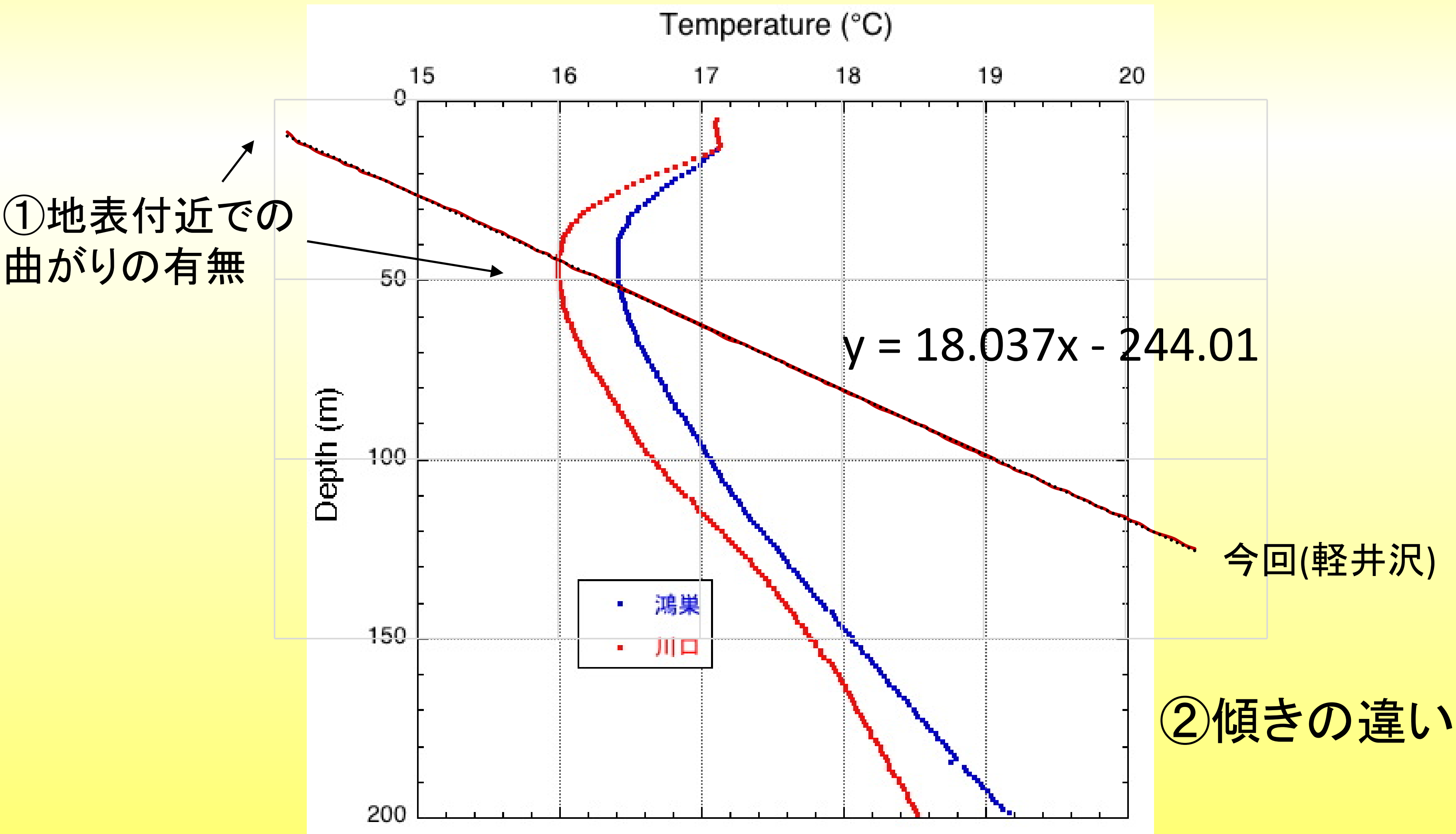
　→直観的には日なたの方が低くなりそう。場所の特性もある？

井戸内の温度測定

- 井戸の中に温度計を入れていき、地温勾配を調べた。

- 井戸中の水面(深さ9 m) から深さ125 mまでの温度を、1 mごとに記録した。

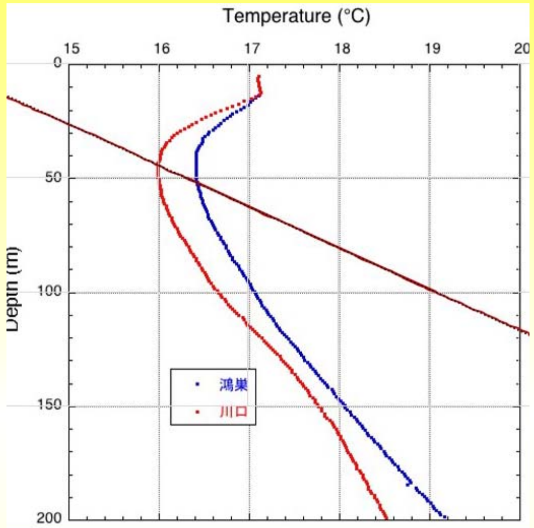
温度勾配のデータ



Temperature (°C)
15
16
17
18
19
20
0
50
100
150
200
Depth (m)
①地表付近での曲がりの有無
y = 18.037x - 244.01
今回(軽井沢)
鴻巣
川口
②傾きの違い

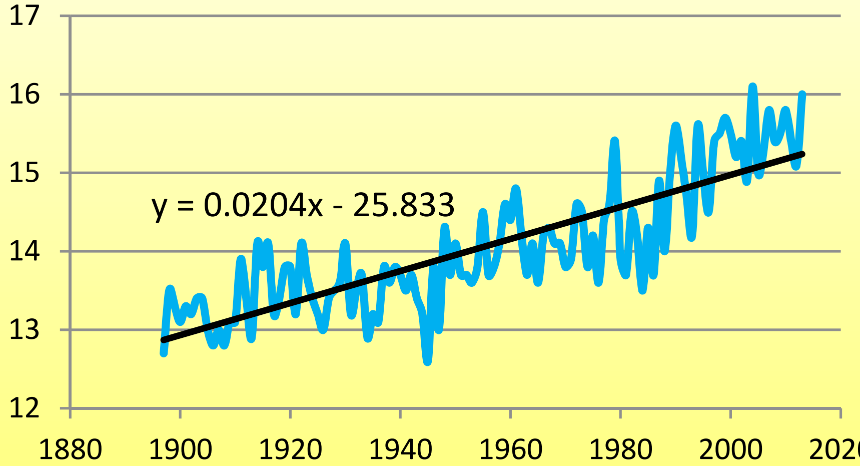
推測される原因

①地表付近での曲がりの有無

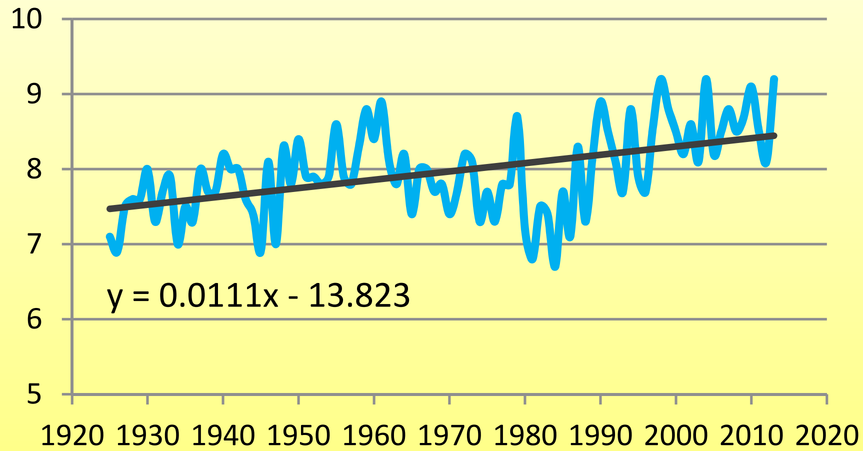


- 先の時定数の議論から、$\kappa = 3\times10^{-7}\ m^2/s$を用いると地表の温度変化が深さ50mまで伝わるのに264年かかる。
- 長期的な温度変化を見るため、軽井沢と熊谷での気温変化のデータを気象庁から入手して比べてみた。

熊谷



軽井沢

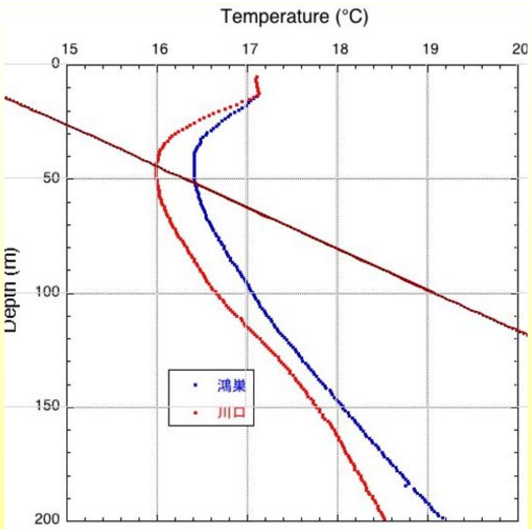


年平均気温　近似直線

→気温の長期的な上昇の影響が効いている？

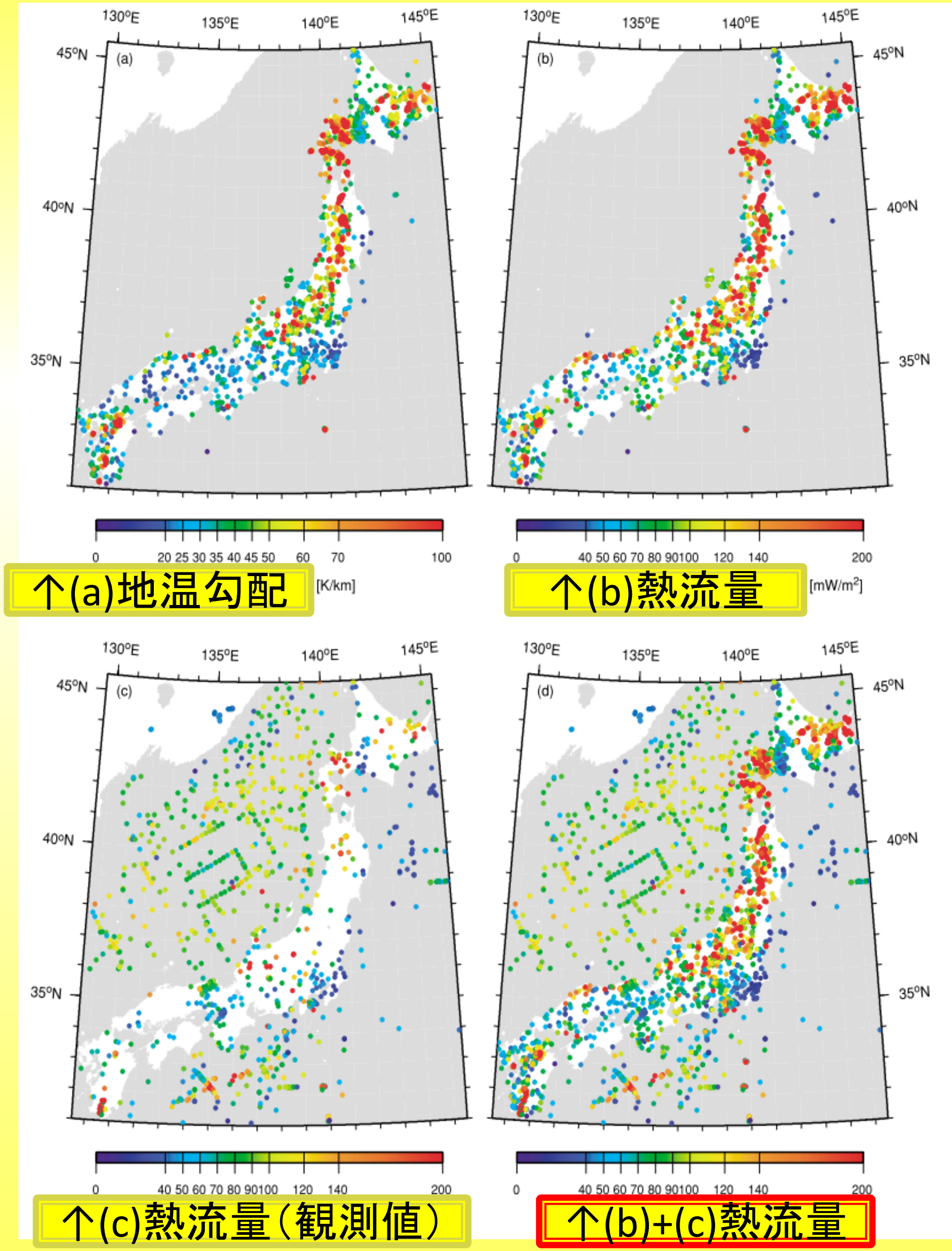
推測される原因

②傾きの違い
　軽井沢は近くに浅間山という火山があるため、地温勾配が急なのでは？



比較的熱流量の大きい地域が火山フロントに沿って分布していることが分かる.

Tanaka et al. (2004)



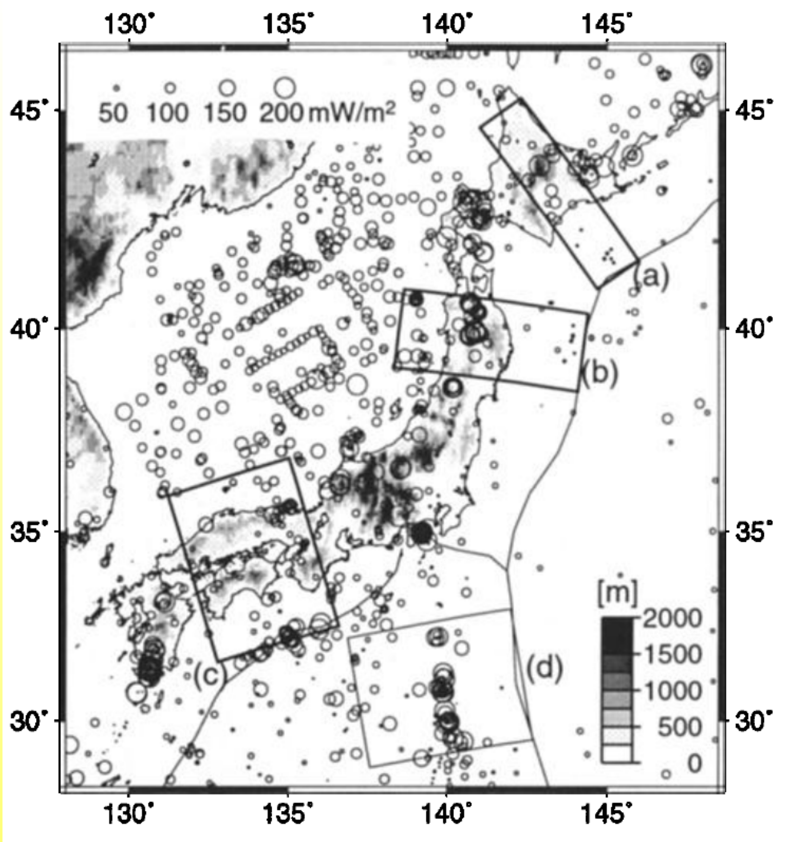
↑(a)地温勾配

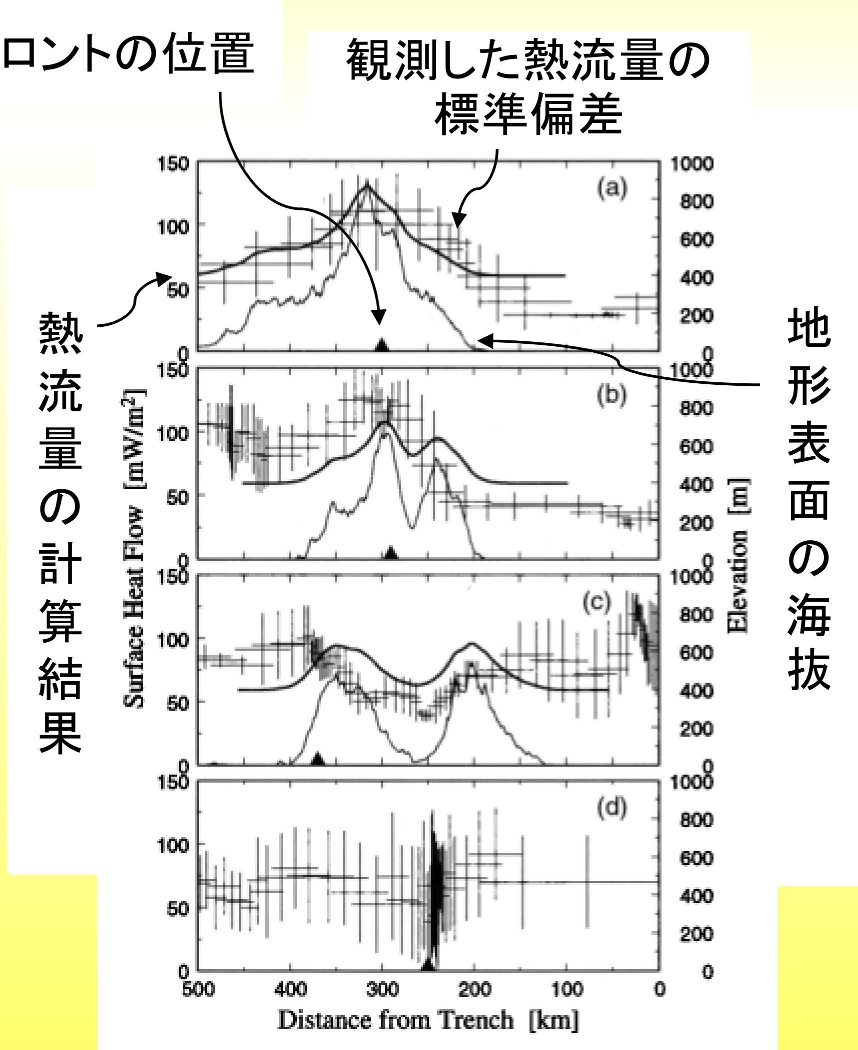
↑(b)熱流量

↑(c)熱流量（観測値）

↑(b)+(c)熱流量

②傾きの違い
　軽井沢は近くに浅間山という火山があるため、地温勾配が急なのでは？





Fukahata and Matsu’ura (2001)

まとめ

- 大気の温度変化が地面に伝わっていく様子を確認することができた。
- 熱拡散方程式から差分計算を行ったり、ステップ状の温度変化の重ね合わせを計算することにより、地中の熱拡散率を求めることができた。
- 井戸内の温度を計測することで、地温勾配を求めることができた。
- 地温勾配の傾向は、観測する場所によって地域差があることがわかった。これは長期的な気温変化や、地形の影響によるものと考えられる。

最後に、今日は来ていませんが…

写真撮影の要望に快く応じる蓜島氏