

2 地球の変動をどのように記述するか – 連続体力学入門

日本列島に張り巡らされた GPS ネットワークのデータから，日本列島の変形の様子が目の当たりにわかるようになってきた．プレートテクトニクスでは，地震や火山を作るような大きな変動はプレートの境界でおき，個々のプレートは剛体的に振る舞い変形をしないとす．もちろんこれは第 1 次的な近似である．実際は，日本列島のようなプレート境界の近くでは，プレート境界（日本列島の太平洋側）で「巨大地震」が発生すると共に，プレート内（日本列島内）で大きな変形が生じる．この様子が GPS により明らかになりつつある．

GPS からわかるのは地表の各点の変位（相対的）のベクトルである．このような変形（変位ベクトルの場）が起こるということはどういうことなのか？その時日本列島の内ではどのような力が働いているのか？これを知るためには「歪」と「応力」といった概念を理解する必要がある．本講義では数式はあまり使わない方針であるが，今回は我慢していただきたい．1 年生諸君は，今学期習う「線型代数」の現実的な例として歪・応力を考えると受け入れやすいだろう．

2.1 応力と歪 (stress and strain)

連続体力学 物体が変形・移動するときに「隣の点は常に隣にある」という条件を満たすとき「連続体」と呼ばれる．その運動を記述する学問体系を連続体力学と呼ぶ．具体的には流体力学・弾性体力学がそれにあたる．

2.1.1 応力

今我々は地表で，自分より上にある大気の高さを力（圧力，pressure）として感じている．その大きさは，1 気圧（bar）であり，MKS 単位系で $Pa (kg\ m^{-1}\ s^{-2})$ で表され（ $1bar = 10^5 Pa$ ），単位面積あたりに感じる力として評価される．連続体内部に働く力も圧力と同じように，面に働く力として評価され「応力¹」と呼ばれる．

平衡状態にある連続体内の微小な面を考え，そこに働く力を考察してみよう（図 1）．面の向きは，それに直交する単位ベクトル（ $\hat{n}$ ）で表す．この面を境に，ベクトルの先側が面を通して及ぼす単位面積当たりの力を応力ベクトルと呼び， $t(\hat{n}) = (t_x, t_y, t_z)$ で表す．ひとつの面を通してのそれぞれの側が及ぼす力は等しいので（作用・反作用の法則）， $t(-\hat{n}) = -t(\hat{n})$ が成り立つ． t のうち，面の法線方向成分を法線応力（normal stress）と呼び，面の接線方向成分を剪断応力（shear stress）と呼ぶ．流体は剪断応力を持たないので， P を圧力とすると， $t = -P\hat{n}$ である．

図 1

応力テンソル（2 次元で考えよう） 連続体内での力のやり取りを記述するために必要なのは，任意の方向を向いた微小面が与えられたときに，その面に対して

¹ 日常語における stress と応力: 英語では，日常会話で “stress” とはいわゆる日本語の「ストレス」のことである．日本ではなぜ「応力」といって「ストレス」を意味しないようになったのだろう．これは物理学者の怠慢か？ところで「プレッシャー」も日本語で日常的に使われる言葉である．「ストレス」と「プレッシャー」の言葉の使い分けは，本来（？どっちが先かは不明）の物理をよく反映している気がするが，その違いを日常言葉で言い分けられるだろうか？

働く力（応力ベクトル）をいつも表現できるようにすることである．

そこで行列の形式で

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{pmatrix} t_x(\hat{\mathbf{x}}) & t_x(\hat{\mathbf{y}}) \\ t_y(\hat{\mathbf{x}}) & t_y(\hat{\mathbf{y}}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} \end{pmatrix} \quad (1)$$

を考える．この行列のそれぞれの列は，各軸に垂直な面に対する応力ベクトルであり，図 2 のような微小の正方形に働く力で構成されている．

図 3 の正方形（実際は紙面垂直方向に単位長さの深さを持った立方体）に外部から働く力を考えてみよう．それぞれの剪断応力成分（ τ_{yx}, τ_{xy} ）は回転モーメントをもち，正方形にトルクを与える．平衡状態を保つ（回転しない）ためには，それぞれの剪断応力がもたらすトルクが釣り合わなければならない．このことから $\tau_{yx} = \tau_{xy}$ となり，行列は対象行列であることが分る．従って

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}^t = \begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \tau_{yy} \end{pmatrix} \quad (2)$$

となる．

さて，任意の微小面（ $\hat{\mathbf{n}}$ に垂直）が与えられたとき，その面での応力ベクトルが， $\boldsymbol{\tau}$ を使ってどのように表されるか考えてみよう．この面と x 軸・ y 軸に垂直な線（面）とで囲まれる三角形に働く力を考えると（図 4），

$$t(\hat{\mathbf{n}}) = \boldsymbol{\tau} \cdot \hat{\mathbf{n}} = \begin{pmatrix} t_x(\hat{\mathbf{n}}) \\ t_y(\hat{\mathbf{n}}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \tau_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{n}_x \\ \hat{n}_y \end{pmatrix} \quad (3)$$

であることがわかる．従って $\boldsymbol{\tau}$ がわかっていれば，任意の微小面に働く力が評価できることになる（ $\boldsymbol{\tau} \cdot \hat{\mathbf{n}}$ という行列とベクトルの積として）．このような物理量をテンソルと呼び， $\boldsymbol{\tau}$ は応力テンソルと呼ばれる．

主応力 応力テンソルが与えられたとき，剪断応力が 0 である面が必ず存在する．すなわち，

$$t(\hat{\mathbf{n}}) = \lambda \hat{\mathbf{n}} = \boldsymbol{\tau} \hat{\mathbf{n}} \quad (4)$$

となるような方向（ $\hat{\mathbf{n}}$ ）が必ず見つかる（ $\boldsymbol{\tau}$ の対象性から保証されている）． $\boldsymbol{\tau} \hat{\mathbf{n}} = \lambda \hat{\mathbf{n}}$ は行列の固有値問題として知られ，線型代数の講義でおいおい詳しく説明を受けるはずである．

この固有値問題を解いてみよう． $(\boldsymbol{\tau} - I\lambda)\hat{\mathbf{n}} = 0$ と書き換えて（ I は単位行列），括弧内の行列の行列式が 0 となることが解の条件である．

$$\det[\boldsymbol{\tau} - I\lambda] = \det \begin{bmatrix} \tau_{xx} - \lambda & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \tau_{yy} - \lambda \end{bmatrix} = 0 \quad (5)$$

$$(\tau_{xx} - \lambda)(\tau_{yy} - \lambda) - \tau_{xy}^2 = 0$$

より，

$$\lambda = \frac{\tau_{xx} + \tau_{yy}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\tau_{xx} - \tau_{yy})^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (6)$$

この二つの λ の根（固有値）を λ_1, λ_2 とすると，それぞれに対応する二つのベクトル（固有ベクトル） $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$ が決まる．このベクトルに直交する面には，

図 2

ここでは簡単のため 2 次元で考える．紙面に垂直な方向には何も変化はないとする．

図 3

図 4

$\hat{n}_x = \cos \theta$
 $\hat{n}_y = \sin \theta$
 $L t(\hat{\mathbf{n}}) + L \cos \theta t(-\hat{\mathbf{x}}) + L \sin \theta t(-\hat{\mathbf{y}}) = 0$
 などより．

剪断応力は働かず法線応力のみである．このようなベクトルの方向を主応力軸（主応力方向）と呼び，対応する法線応力を主応力とよぶ．主応力軸はそれぞれ直交することも簡単に証明できる．

以上をまとめると，任意の応力テンソルに対して，直交する二つの主応力軸の方向と主応力の値を決めることができる．もし座標軸をこの二つの主応力軸に選ぶならば，応力テンソルは非対角成分を持たず（ $\tau_{xy} = 0$ ）

$$\tau = \begin{pmatrix} \tau_1 & 0 \\ 0 & \tau_2 \end{pmatrix} \quad (7)$$

となる．このように応力場（空間の関数として与えられた応力， $\tau(x, y)$ ）は主軸の方向と大きさによって規定される．

3次元の場合 以上の議論は3次元の場合もそのまま適用できる．直交する3つの応力主軸の方向と主応力の大きさを決めることで3次元の応力場を記述したことになる．

静水圧 主軸の応力値が等しいとき応力場は静水状態にあり，この時の圧力を静水圧（hydrostatic pressure）と呼ぶ．この場合，いかなる面をとっても剪断応力は存在しない．流体内では（厳密には粘性のない場合）このような状態になっており，圧力を P とすると，応力テンソルは

$$\tau = \begin{pmatrix} -P & 0 & 0 \\ 0 & -P & 0 \\ 0 & 0 & -P \end{pmatrix} \quad (8)$$

となる．この場合座標軸をどの方向にとっても応力の形は変わらず，等方的である．剪断応力がないので，地震を起こすような変形・変動は起こらない．地球の中での静水圧を「岩石圧」(lithostatic)と呼ぶこともある．

地球の中の応力の値 地球内部の応力の値は，地震などの大きな変動が起きる地殻とマントルの最上部をのぞけば，大体静水圧が卓越している．その値は，典型的な地球モデルで以下の表のような値となる．

深さ (km)	領域	圧力 (kbar)
0-24	地殻	0-6
24-410	上部マントル	6-134
410-660	マントル遷移層	134-238
660-2891	下部マントル	238-1358
2891-5150	外核	1358-3289
5150-6371	内核	3289-3639

地殻や最上部マントルでの剪断応力の大きさは必ずしもよくわかっておらず，研究の対象となっている．地震による剪断応力の降下が数 10 から数 100 bar と見積られるから，それ以上であることは確実である．おそらく 100-1000 bar 程度であろう．

2.1.2 歪

変形と歪 次に連続体内部での変形について考えてみよう．GPSなどの地殻変動観測からわかるのは，観測点の時間を隔てた相対的な変位である．これは，もともと r_0 にあった点が今 r に移動したとすると，

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}_0) = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0 \quad (9)$$

であらわされる(図5)．この変位が空間分布として与えられたとき変位場 $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ が得られることになる．変位が場所によらない場合，連続体は全体として(剛体的に)平行移動したことになる，内部での変形は起こらないことになる．従って連続体内部の変形を記述するには，変位の空間変化(微分)を知る必要があり，これを「歪」(strain)と呼ぶ．

図 5

歪の単位 簡単な例として，長さ $L = 1m$ の棒を一樣に押したら $99cm$ になったとしよう．片方の端を固定したとすると，もうひとつの端は $1cm$ 変位したことになり，棒の各点の変位は 0 から $1cm$ までの値をとる．この変位(場)の棒の長さ方向の変化率(歪)は，全体の縮んだ長さを $\Delta L = -0.01cm$ とすると，

$$\Delta L/L = -0.01$$

で一定である．このように歪は長さの比であり，次元を持たない物理量である．

歪テンソル 以下に示すように，歪も応力と同じようにテンソルであらわされる．近接した二つの点 $\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_1$ を考えよう(図6)． $\mathbf{r}_1$ での変位 $\mathbf{u} = (u_x, u_y)$ (応力の時と同様に2次元で考える)は，テーラー展開により，

図 6

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}_1) = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix} \approx \mathbf{u}(\mathbf{r}_0) + \begin{pmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial x} & \frac{\partial u_x}{\partial y} \\ \frac{\partial u_y}{\partial x} & \frac{\partial u_y}{\partial y} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix} = \mathbf{u}(\mathbf{r}_0) + \mathbf{J} \cdot \Delta \mathbf{r} \quad (10)$$

と表される．ここで $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0$ であり， $\frac{\partial u_x}{\partial x}, \frac{\partial u_x}{\partial y}$ などの微分量は小さいと考えてその1次までの量しかとらない．

この式から明らかなように，2点間の変位の空間変化は $\mathbf{J}$ によって与えられる．変形を記述する項 $\mathbf{J}$ は，対称な成分と非対称な成分に分解して議論する必要がある，

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial x} & \frac{\partial u_x}{\partial y} \\ \frac{\partial u_y}{\partial x} & \frac{\partial u_y}{\partial y} \end{pmatrix} = \mathbf{e} + \mathbf{\Omega}. \quad (11)$$

ここで対象な成分 $\mathbf{e}$ ($e_{ij} = e_{ji}$) は歪テンソルと呼ばれ

$$\mathbf{e} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial x} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) & \frac{\partial u_y}{\partial y} \end{pmatrix}, \quad (12)$$

非対称な成分 $\mathbf{\Omega}$ ($\Omega_{ij} = -\Omega_{ji}$) は回転テンソルと呼ばれ

$$\mathbf{\Omega} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \\ -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) & 0 \end{pmatrix} \quad (13)$$

で表される．まずそれぞれの成分の物理的意味を考えてみよう．

このような扱いは「無限小歪の弾性論」と呼ばれ，地殻内の歪，また地震波伝播などを議論する上では，通常まったく問題の起こらない近似である

体積 (面積) 変化 図 7 のように長さ L の正方形が一様に伸びたとしよう。そのときの面積 (体積) は

図 7

$$L \left(1 + \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) \times L \left(1 + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) \approx L^2 \left\{ 1 + \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) \right\}$$

であり、面積 (体積) の変化率 (dilatation と呼ぶ) $\Delta = (V - V_0)/V_0$ は、

$$\Delta = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \quad (e \text{ の対角成分の和}) \quad (14)$$

で与えられる。

剪断歪 (shear strain) つぎに $\Omega = 0$, e の対角成分 $\frac{\partial u_x}{\partial x} = \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0$ の場合を考えよう。この時

$$J = e = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\partial u_x}{\partial y} \\ \frac{\partial u_y}{\partial x} & 0 \end{pmatrix} \triangleq \begin{pmatrix} 0 & \theta \\ \theta & 0 \end{pmatrix}$$

となり、ここで θ はそれぞれの辺が回転する角度であり、歪が微小量であることから $\theta \approx \frac{\partial u_x}{\partial y} = \frac{\partial u_y}{\partial x}$ である。全体として角度が 2θ 変わることになる (図 8)。

図 8

回転 逆に、歪テンソルが 0 ($e = 0$) の場合、 $\frac{\partial u_x}{\partial y} = -\frac{\partial u_y}{\partial x}$ なので、

$$J = \Omega = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\partial u_x}{\partial y} \\ \frac{\partial u_y}{\partial x} & 0 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0 & \theta \\ -\theta & 0 \end{pmatrix}$$

となり、図のように剛体的回転に対応することがわかる (図 9)。このような全体的な回転は、応力と釣り合うものではないので以下では議論しない。

図 9

主歪 歪みテンソルは対象行列の形をしているので、応力テンソルと同様に、主歪みベクトルと主歪みの値で記述できる。対象ベクトルの数学的性質から、応力テンソルで行った議論はそのまま有効である (3次元の場合も)。すべての主歪みの値が同じな場合 ($e_1 = e_2 = e_3$, 静水歪み) を除いて、剪断歪みは常に存在することを注意しておこう。例えば、 x 軸方向への一様な伸びは、

$$e = \begin{pmatrix} e_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (15)$$

として与えられる。この場合座標軸に平行な辺の角度は変わらないが、図 10 のように、45 度回転した辺については明らかに角度が変わっており剪断ひずみが存在するのがわかる。

図 10

歪みの値 図 11 は 1906 年にサンフランシスコを襲った大地震のときに 断層面 (サンアンドレアス断層) 周辺で測られた変位の分布である。2m 程の変位が 10km 程の厚さの領域で起こったことがわかる。この地震によって開放された歪みは

図 11

$$\frac{2m}{10km} = \frac{2}{10 \times 10^3} = 2 \times 10^{-4}$$

程度である。一般に 10^{-4} 程度の剪断歪みが地震の時に開放される。従って地殻の中の歪みの最大値はこの程度と考えられる (従って無限小歪みの理論は妥当)。

2.1.3 応力と歪の関係 (一般化されたフックの法則)

応力と歪の間には、物質の性質によって決まる関係がある。これはバネの伸び (Δx としよう) とそれによる引張り力 ($f = k\Delta x$) の関係、いわゆるフックの法則の一般化されたものである。

構成関係 もっとも一般的な応力と歪の関係は

$$\tau_{ij} = \sum_{k=1,3} \sum_{l=1,3} c_{ijkl} e_{kl} \quad (16)$$

c_{ijkl} が物質 (の結晶構造など) によって決まる弾性定数であるが、もっとも単純な等方的な物質の場合二つの定数 (λ, μ) に還元される。この時の構成関係は以下のように簡単化される。

$$\tau_{ij} = \lambda \Delta \delta_{ij} + 2\mu e_{ij} \quad (17)$$

ここで、 Δ は e の対角成分の和 (体積変化)、 δ_{ij} はクロネッカの δ 、 i, j は x, y, z のいずれかである。

$$\begin{aligned} \delta_{ij} &= 1 (i = j) \\ \delta_{ij} &= 0 (i \neq j) \end{aligned}$$

2次元の場合について具体的に書き下してみると、座標軸を主応力軸にとった場合、

$$\tau = \begin{pmatrix} \tau_{xx} & 0 \\ 0 & \tau_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\lambda + 2\mu)e_{xx} + \lambda e_{yy} & 2\mu e_{xy} \\ 2\mu e_{xy} & \lambda e_{xx} + (\lambda + 2\mu)e_{yy} \end{pmatrix} \quad (18)$$

となり、 $e_{xy} = 0$ である。このことは、主応力軸と主歪み軸は一致することを示している。

また純粋な剪断歪みの場を考えると、

$$\tau = \begin{pmatrix} 0 & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2\mu e_{xy} \\ 2\mu e_{xy} & 0 \end{pmatrix} \quad (19)$$

であり、剪断ひずみと剪断応力は剛性率 μ によって関係つけられていることがわかる。剛性率は物質が剪断力に対してどれだけ "頑張れる" を測る指標で、

$$\tau_{xy} = 2\mu e_{xy} \quad (20)$$

の関係から、 μ が大きければ大きいほど、与えられた剪断応力に対して歪み量は小さく、物質は "頑張れる" ことになる。

もうひとつの弾性定数 λ にはわかり易い物理的な意味はないが、静水圧とそれによって起こる体積変化の関係は体積弾性率 $\kappa = \lambda + \frac{2}{3}\mu$ によって

$$P = \kappa \Delta \quad (21)$$

の関係がある。

弾性定数の単位と値 構成関係と歪みが次元を持たない量であることから、弾性定数の単位は応力と同じで、 $10^{-5} \text{bar} = \text{Pa} = \text{Nm}^{-2} = \text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$ である。地殻を構成する物質の値は、剛性率が $\mu \approx 300 \text{kbar}$ 、体積弾性率が $\kappa \approx 600 \text{kbar}$ 程度である。

2.1.4 応力と断層

地震とは、断層上の急激なすべりによって、地殻・マン托ルの剪断歪みが解消される現象である。神戸地震（正確には兵庫県南部地震）のように地表に断層が現れる場合もあるが、多くの地震は地表に断層を現さない！地震は断層である」というのは必ずしも自明なことではなく、このような認識が得られるまでにそれなりの時間がかかった。地震が断層である根拠についてはいずれ触れるが、ここでは地震は断層運動であるとして、応力・歪みと断層運動（地震）との関係を考えてみよう。

断層面に働く応力 応力が与えられていて、座標軸に主応力軸が取られている場合を考えよう。地震学ではしばしば主応力に σ を使うので、それにならって

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{pmatrix} \sigma_x & 0 \\ 0 & \sigma_y \end{pmatrix} \quad (22)$$

で与えられるとする。図 12 のように任意の面（法線ベクトル $\hat{n}$ ，接線ベクトル $\hat{s}$ ）を取るとき、この断層面に働く応力ベクトルは、

$$\mathbf{t}(\hat{n}) = \boldsymbol{\tau} \cdot \hat{n} = \begin{pmatrix} \sigma_x \cos \theta \\ \sigma_y \sin \theta \end{pmatrix} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \hat{n} &= (\cos \theta, \sin \theta) \\ \hat{s} &= (-\sin \theta, \cos \theta) \end{aligned}$$

図 12

である。これからこの面に働く法線応力（ τ_n ）と剪断応力（ τ_s ）はそれぞれ、

$$\begin{aligned} \tau_n &= \mathbf{t} \cdot \hat{n} = \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta \\ &= \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \tau_s &= \mathbf{t} \cdot \hat{s} = -\sigma_x \cos \theta \sin \theta + \sigma_y \cos \theta \sin \theta \\ &= \frac{1}{2}(\sigma_y - \sigma_x) \sin 2\theta \end{aligned} \quad (25)$$

となる。x 軸となす角 θ の関数としてそれぞれの応力を示すと図 13 のようになり、 $\theta = 45$ 度の時剪断応力が最大になることがわかる。従ってもし大気圧の中で岩石を押していったら、 $\theta = 45^\circ$ の面での剪断応力が岩石の破壊強度を超えたときに、その面（ $\theta = -45^\circ$ と二つありうる）で破壊が起きるはずである。

図 13

断層面での摩擦の影響 地球の内部では鉛直方向が主応力軸のひとつになることが多いが、かといって地震断層の地中での鉛直軸とのなす角が 45 度にはなっていない。これは地中では静水圧成分（ τ の対角成分の平均）が大きく、結果として断層面に働く法線応力が大きいためである。法線応力は、断層が動く際に、摩擦力を引き起こし、滑りにくくする。従って破壊強度が増し、 θ も 45 度より大きくなる。

法線応力成分のある時の破壊強度は実験室で調べられており、

$$\tau_c = \tau_{s0} + \mu \tau_n \quad (26)$$

の形で表現でき、Byerlee の法則と呼ばれることがある（図 14）。 τ_{s0} は法線応力がない時の破壊強度で、摩擦係数 μ （剛性率ではない！）は $0.3-0.6$ 程度の値をとる。剪断応力が閾値 τ_c を超えると破壊が起こるのである。地中深くなるにつれ静水圧はまし、破壊強度は増す。またある程度以上の深さ（ 80km 程度）では、このような摩擦破壊は起きないと考えられる。

図 14

既存の断層面（弱面）がある場合 実際の地球では、地震は新しい断層を作ることとはまれで、既存の断層面・弱面にそって破壊が起きる．そのような面の方向がわかれば、Byerlee の法則から、以下の式で定義されるクーロン応力（Coulomb stress）を評価することで予想される断層面での状態を把握できる．クーロン応力（ σ_f ）は

$$\sigma_f = \tau_s - \mu\tau_n \quad (27)$$

で与えられ、この値がある閾値を超えたとき、または近くの値になったとき、地震は何時起こってもおかしくない状況にあるとする考え方である．

また、地震が起きた場合に、地震によって変化した応力場がクーロン応力を増やすか・増やさないかを評価できる．この変化分（ ΔCFF と呼ばれる）を評価することで、長期的な地震危険度の評価、大地震の後の余震の起こり方の予測ができるのではないかと近年注目を浴びている．

問題

1. 日本海溝の一番深いところの水深はおよそ 10000m である．水の密度を 1.0g/cc とし、日本海溝の底での水圧を求めよ．
2. 同様に、地殻の岩石の密度を 2.7g/cc とし、深さ 10km での静水圧を求めよ．またそこで地震が起きるためには最低どの程度の剪断応力が必要か、Byerlee の法則が正しいとして評価せよ．
3. 3 次元の構成関係を考え、体積弾性率が $\kappa = \lambda + \frac{2}{3}\mu$ で与えられることを示せ．
4. 地震を起こす剪断歪みはどの程度の応力値に対応しているのだろうか？

参考文献：なし