

2/16/81

川 勝 均 (竹内研)

テクトニクスな構造の違「が」地球の自由振動に如何なる影響を及ぼすか、という問題は、現在までのところ十分には解かれていない。(主な障害は計算上の制限にあるもので、理論的な定式化はほぼ成されている。ここでは、北平方向に不均質な構造を持つ地球の正規モードを計算する上で非常に有効である方法を提案するので、厳密解が簡単に得られる一次元の不均質な弦の振動、及び、均質な場合に縮退がある正方形の膜の振動を例にとり、この新しい方法の有効性を論じてみた。

地球の自由振動に於て、弦の振動に於て、問題は

$$Hu + P\omega^2 u = 0, \quad \alpha u + \beta \frac{\partial u}{\partial n} = 0 \quad \text{at boundary.}$$

という Sturm-Liouville 型の固有値問題に帰着する。ここで H は EL 型 operator, P は密度, ω は固有周期, u は固有関数である。不均質性は $H = H_0 + H_1$, $P = P_0 + P_1$ (以後、"0" は非擾動項, "1" は擾動項を表わすとする。) という型で導入し、固有値問題は固有関数を

$$u_n = \sum_m C_{nm} u_m^{(0)} \quad \left(\int u_m^{(0)*} P_0 u_n^{(0)} = \delta_{mn} \right)$$

のように、均質な場合の解で展開し、その展開係数 (C_{nm}) を求める問題に帰着する。

Geller & Stein (1978) は、中央に密度と剛性率の不連続性があり、他では一様な弦の振動に於て、一次元と二次元の擾動法及び、Rayleigh-Ritzの方法を適用して、R-R法が適当であると結論している。しかし R-R法では、それ以外のモードを解くのに、非常に大規模固有値問題を解かなければならぬため実用的でない。そこで、擾動法と反復法を上手く組み合わせる新しい方法を使い、問題にしてはいるモードだけに於て計算が出来る様にしたい。

2次元の擾動法では、

$$\begin{cases} C_{nm} = \frac{H_{nm}^{(1)} + (\omega_n^{(0)})^2 P_{nm}^{(1)}}{(\omega_m^{(0)})^2 - (\omega_n^{(0)})^2} \\ C_{nn} = 1 \end{cases} \quad (1)$$

で C_{nm} が得られる。ここで、 $H_{nm}^{(1)} = \int (u_m^{(0)})^* H_1 u_n^{(0)} dv$, $P_{nm}^{(1)} = \int (u_m^{(0)})^* P_1 u_n^{(0)} dv$ (量子力学で良く出てくるように) $u_i^{(0)}$ の直交性から、selection rule による。 $H_{nm}^{(1)}$, $P_{nm}^{(1)}$ はある決った (m, n) の組以外 0 となる。従って (1) で与えられる C_{nm} は、 $H_{nm}^{(1)}$, $P_{nm}^{(1)}$ が 0 となる m のモードの影響は無い情報を持つものになり、これが G-S の論文でこの方法が無効な原因と考えられる。(図 1 で 2 列目を見ると、中心 (n) から偶数は消れたモードの係数は 0 になっている)。そこでこの selection rule を消すという意味を含めて、次のような方法を考えた。

$$C_{nm}^{(k+1)} = \frac{\sum_i (H_{mi}^{(k)} + (\omega_n^{(k)})^2 \rho_{mi}) C_{ni}^{(k)}}{(\omega_m^{(k)})^2 - (\omega_n^{(k)})^2} \quad (2)$$

$$C_{nm}^{(k+1)} = C_{nm}^{(k)}, \quad \omega_n^{(k)} = \text{Rayleigh 商}, \quad C_{nm}^{(0)} = \delta_{nm}$$

結果が図1, 2である。1回目の反復で得られる $C_{nm}^{(1)}$ は (1) と一致(2より), 2の方法が、2次の摂動法の延長上にあることがわかる。

計算に当り、2は、周期の小さいモードから21のモードに717, それぞれ前後20モードを考慮に入れて。2図では右に右に3回目の反復で収束している。(この例で得られる値は必ずしも図1, 2の計算と同じである)

実際の地球の場合は、1次の摂動法でモードの縮退を除去、それから2の方法を用いるがよい。

なお、(2)式は実は R-R 法で得られる行列固有値問題を、連立方程式を解く時の Jacobi 法に似て手続を繰り返して解いていくことになり、一般の行列固有値問題の解法にも拡張できると思われる。

図1. 屈折係数 C_{nm} の70モード。中心に内蔵しているモードに717の係数 C_{nm} , 他側は前後10のモードに717の C_{nm} を70モードに与える。左は厳密解, 右は111について反復回数1, 2, 3

図2. 固有周期の厳密解との比較。均質な時の固有周期からのズレを70モードに与える。

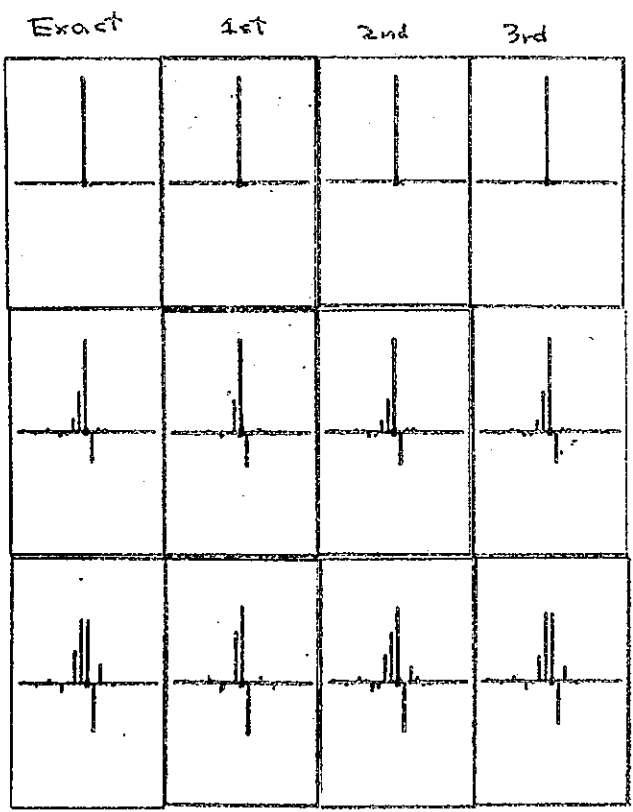


図1

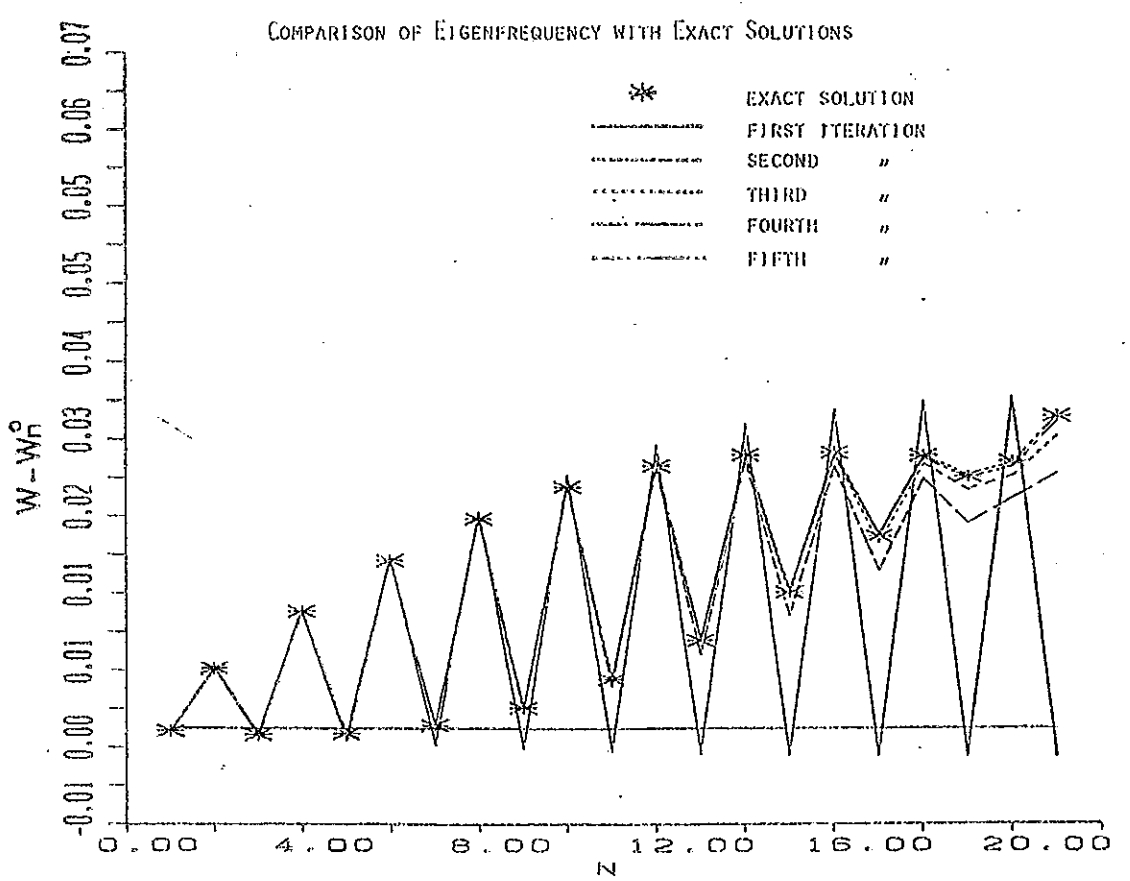


図2

- Reference -

Geller and Stein (1978): Normal modes of a laterally heterogeneous body: a one-dimensional example, Bull. Seism. Soc. Am. 68, 103-116

1981. 2. 10

昭和55年度地球物理学修士論文発表会

No. 1

下記のように修士論文発表会を開きますので御出席下さい。

日時: 昭和56年2月16日(月), 17日(火) 9:00 ~

場所: 理学部3号館326号室(地球物理大講義室)

- 発表時間は質疑応答を含めて1人30分です。
- 発表者は当日配布するアブストラクトを40部用意して下さい。
- 発表論文は3月7日(土)までに2部(主任, 指導教官)に提出して下さい。
尚、17日発表会終了後、課程会議を行います。

2月16日(月)

9:00 ~ 11:30

- 1' 羽田 亨: Cigar-like pitch angle anisotropy in the plasma sheet
- 2' 早川 基: Statistical Characteristics of Plasma Flow in the Magnetotail
1. 大塚 聖: 磁気圏-電離圏結合系における局所化磁気流体振動
2. 山本達人: Pulsating Auroraの時間的, 空間的構造
3. 門倉真二: ヘリウム 10830Å 大気光の研究

13:00 ~ 16:00

4. 大山素彦: タゲルレイヤーによるオーロラ電子加速のシミュレーション実験
5. 杉原光彦: マントルプルーフの流体力学モデル
6. 川勝 均: On normal modes calculation of a laterally heterogeneous earth
7. 比屋根 肇: Studies on partition of rare gases between crystal and melt
8. 日置幸介: Paleomagnetic study of ancient secular variation in Japan during the last 40,000 years
9. 横山正彦: 深井戸用傾斜計の開発と基礎的観測.

2月17日(大)

9:00~11:30

10. 瀬川律子: 1980年伊豆半島東方沖群発地震の震源分布とスペクトル
11. 小川卓司: 伊豆半島北部におけるリーリー波の位相速度
12. 松本 剛: 西太平洋における海溝と海山との相互作用
13. 夏目善弘: ・微小不均質媒質の自由振動問題とそのrealistic earth modelとの比較
・褶曲構造異方性を有する弾性媒質の振動
14. 萬納寿信崇: 山谷風の数值実験

13:00~14:00

15. 加藤内蔵進: 日本海における大気と海洋の熱収支-季節変化-
16. 川崎 清: 界面に沿った水の貫入現象

14:00~16:00

課程会議

議題

1. 博士課程入学予定者の決定
(学外からの受験者2名を含む)
2. 56年度大学院入試委員の選定
3. 56年度地球物理学特別輪講, 担当教官割当てについて
4. 博士課程学生の研究指導委託について
5. その他

課程主任

小嶋 稔